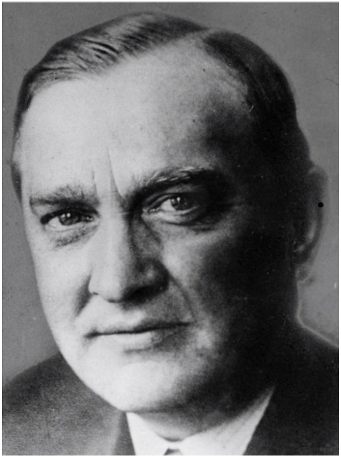
Feliz aniversário, Stefan!

Leandro F. Aurichi

ICMC-USP

O aniversariante



Stefan Banach 30 de março de 1892 - 31 de agosto de 1935

O que ele fez?

O que ele fez?

Entre 1929 e 1932, ele escreveu o livro "Théorie des opérations linéaires".

O que ele fez?

Entre 1929 e 1932, ele escreveu o livro "Théorie des opérations linéaires". Nele aparece o conceito que hoje chamamos de espaços de Banach.

O que ele fez?

Entre 1929 e 1932, ele escreveu o livro "Théorie des opérations linéaires".
Nele aparece o conceito que hoje chamamos de espaços de Banach.
Grosso modo, um espaço de Banach é um espaço vetorial com uma noção de distância (norma) muito boa com relação a sequências: todas as sequências que tem chance de convergir, de fato convergem.

Novidade?

Essas noções ja eram conhecidas na época, mas foi o “balanço” que tornou isso especial.

Novidade?

Essas noções ja eram conhecidas na época, mas foi o “balanço” que tornou isso especial.
Por um lado, essas noções são fortes o suficiente para se provar *muitas* coisas.

Novidade?

Essas noções ja eram conhecidas na época, mas foi o “balanço” que tornou isso especial.

Por um lado, essas noções são fortes o suficiente para se provar *muitas* coisas.

Por outro lado, são gerais o suficiente para *muitos* dos espaços importantes em matemática satisfazerem.

Impacto

Impacto

Entre outras coisas, isso é um dos marcos do que se entende por análise funcional hoje em dia.

Impacto

Entre outras coisas, isso é um dos marcos do que se entende por análise funcional hoje em dia.
Cai em exames de qualificação de doutorado de certos institutos de matemática.

Amigos

Amigos

- Paradoxo de Banach-Tarski

Amigos

- Paradoxo de Banach-Tarski
- Teorema de Hahn-Banach

Amigos

- Paradoxo de Banach-Tarski
- Teorema de Hahn-Banach
- Teorema de Banach-Steinhaus

Amigos

- Paradoxo de Banach-Tarski
- Teorema de Hahn-Banach
- Teorema de Banach-Steinhaus
- Jogo de Banach-Mazur

Amigos

- Paradoxo de Banach-Tarski
- Teorema de Hahn-Banach
- Teorema de Banach-Steinhaus
- Jogo de Banach-Mazur
- Teorema de Banach-Alaoglu

Amigos

- Paradoxo de Banach-Tarski
- Teorema de Hahn-Banach
- Teorema de Banach-Steinhaus
- Jogo de Banach-Mazur
- Teorema de Banach-Alaoglu
- Teorema do ponto fixo de Banach

Amigos

- Paradoxo de Banach-Tarski
- Teorema de Hahn-Banach
- Teorema de Banach-Steinhaus
- Jogo de Banach-Mazur
- Teorema de Banach-Alaoglu
- Teorema do ponto fixo de Banach
- Serviu de comida para piolhos.

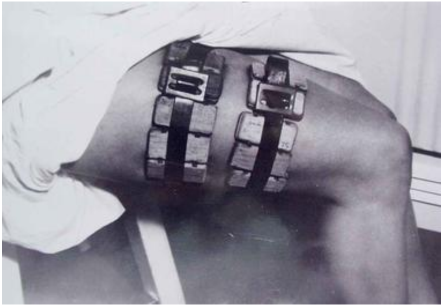
Piolhos...

Piolhos...

Durante a segunda guerra, para escapar de ir para um campo de concentração, trabalhos forçados e essas coisas, Banach trabalhou como um alimentador de piolhos (era a única maneira conhecida para se obter vacina para tifo na época)

Piolhos...

Durante a segunda guerra, para escapar de ir para um campo de concentração, trabalhos forçados e essas coisas, Banach trabalhou como um alimentador de piolhos (era a única maneira conhecida para se obter vacina para tifo na época)



Paradoxo de Banach-Tarski

Paradoxo de Banach-Tarski

É possível quebrar uma esfera em finitos pedaços e depois juntá-los de forma a fazer duas novas esferas iguais à original.

Teorema de Hahn-Banach

Teorema de Hahn-Banach

Esse teorema garante certas condições para quando funcionais podem ser estendidos continuamente em espaços vetoriais normados.

Teorema de Hahn-Banach

Esse teorema garante certas condições para quando funcionais podem ser estendidos continuamente em espaços vetoriais normados.
Foi provado independentemente por Banach e por Hahn.

Teorema de Hahn-Banach

Esse teorema garante certas condições para quando funcionais podem ser estendidos continuamente em espaços vetoriais normados.
Foi provado independentemente por Banach e por Hahn. Um caso particular dele já havia sido provado antes por Helly.

Teorema de Hahn-Banach

Esse teorema garante certas condições para quando funcionais podem ser estendidos continuamente em espaços vetoriais normados.
Foi provado independentemente por Banach e por Hahn. Um caso particular dele já havia sido provado antes por Helly. E mesmo um caso mais geral já havia sido provado por Riesz um pouco antes.

Teorema de Hahn-Banach

Esse teorema garante certas condições para quando funcionais podem ser estendidos continuamente em espaços vetoriais normados.
Foi provado independentemente por Banach e por Hahn. Um caso particular dele já havia sido provado antes por Helly. E mesmo um caso mais geral já havia sido provado por Riesz um pouco antes.
Pequeno comentário: Esse teorema é "levemente" mais fraco que o axioma da escolha.

Teorema de Hahn-Banach

Esse teorema garante certas condições para quando funcionais podem ser estendidos continuamente em espaços vetoriais normados.
Foi provado independentemente por Banach e por Hahn. Um caso particular dele já havia sido provado antes por Helly. E mesmo um caso mais geral já havia sido provado por Riesz um pouco antes.
Pequeno comentário: Esse teorema é “levemente” mais fraco que o axioma da escolha. Mas é forte o suficiente para provar a existência de conjuntos não mensuráveis e o paradoxo de Banach-Tarski.

Teorema de Banach-Steinhaus

Teorema de Banach-Steinhaus

Esse teorema também é conhecido como Princípio da limitação uniforme.

Teorema de Banach-Steinhaus

Esse teorema também é conhecido como Princípio da limitação uniforme.
Foi provado por Banach e Steinhaus mas também de forma independente por Hahn.

Digressão

Digressão

Steinhaus foi o orientador de doutorado de Banach.

Digressão

Steinhaus foi o orientador de doutorado de Banach.
Diz a lenda que Steinhaus estava passeando num parque na Cracóvia e ouviu alguém falar o termo "integral de Lebesgue".

Digressão

Steinhaus foi o orientador de doutorado de Banach.
Diz a lenda que Steinhaus estava passeando num parque na Cracóvia e ouviu alguém falar o termo "integral de Lebesgue".
Esse alguém era o Banach.

Voltando ao Teorema de Banach-Steinhaus

Voltando ao Teorema de Banach-Steinhaus

Esse teorema em geral é apresentado com uma prova simples a partir do Teorema de Baire.

Voltando ao Teorema de Banach-Steinhaus

Esse teorema em geral é apresentado com uma prova simples a partir do Teorema de Baire.
Mas existe uma outra demonstração, também simples, mas elementar, feita por Sokal.

Uma demonstração fácil, para não passar em branco

Uma demonstração fácil, para não passar em branco

Lema

Suponha $T : X \to Y$ *um operador linear limitado. Então, para todo* $x \in X$ *e todo* $r > 0$ *temos*

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Uma demonstração fácil, para não passar em branco

Lema

Suponha $T : X \to Y$ *um operador linear limitado. Então, para todo* $x \in X$ *e todo* $r > 0$ *temos*

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Demonstração.

Para todo $\alpha \in X$, temos

$$\max\{||T(x+\alpha)||, ||T(x-\alpha)||\} \quad \geq \quad \frac{1}{2}(||T(x+\alpha) + ||T(x-\alpha)||)$$

Uma demonstração fácil, para não passar em branco

Lema

Suponha $T : X \to Y$ *um operador linear limitado. Então, para todo* $x \in X$ *e todo* $r > 0$ *temos*

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Demonstração.

Para todo $\alpha \in X$, temos

$$\begin{aligned} \max\{||T(x+\alpha)||, ||T(x-\alpha)||\} &\geq \tfrac{1}{2}(||T(x+\alpha) + ||T(x-\alpha)||) \\ &\geq \tfrac{1}{2}(||T(x+\alpha) - T(x-\alpha)||) \end{aligned}$$

Uma demonstração fácil, para não passar em branco

Lema

Suponha $T : X \to Y$ *um operador linear limitado. Então, para todo* $x \in X$ *e todo* $r > 0$ *temos*

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Demonstração.

Para todo $\alpha \in X$, temos

$$\begin{aligned} \max\{||T(x+\alpha)||, ||T(x-\alpha)||\} &\geq \tfrac{1}{2}(||T(x+\alpha) + ||T(x-\alpha)||) \\ &\geq \tfrac{1}{2}(||T(x+\alpha) - T(x-\alpha)||) \\ &= \tfrac{1}{2}2||T(\alpha)|| \end{aligned}$$

Uma demonstração fácil, para não passar em branco

Lema

Suponha $T : X \to Y$ um operador linear limitado. Então, para todo $x \in X$ e todo $r > 0$ temos

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Demonstração.

Para todo $\alpha \in X$, temos

$$\begin{aligned} \max\{||T(x+\alpha)||, ||T(x-\alpha)||\} &\geq \tfrac{1}{2}(||T(x+\alpha) + ||T(x-\alpha)||) \\ &\geq \tfrac{1}{2}(||T(x+\alpha) - T(x-\alpha)||) \\ &= \tfrac{1}{2}2||T(\alpha)|| \\ &= ||T(\alpha)|| \end{aligned}$$

Uma demonstração fácil, para não passar em branco

Lema

Suponha $T : X \to Y$ um operador linear limitado. Então, para todo $x \in X$ e todo $r > 0$ temos

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Demonstração.

Para todo $\alpha \in X$, temos

$$\begin{aligned}
\max\{||T(x+\alpha)||, ||T(x-\alpha)||\} &\geq \tfrac{1}{2}(||T(x+\alpha) + ||T(x-\alpha)||) \\
&\geq \tfrac{1}{2}(||T(x+\alpha) - T(x-\alpha)||) \\
&= \tfrac{1}{2}2||T(\alpha)|| \\
&= ||T(\alpha)||
\end{aligned}$$

Daí é só tomar o supremo para $\alpha \in B_r(0)$. $\square$

Depois do lema, o teorema

Depois do lema, o teorema

Lema

Suponha $T : X \to Y$ *um operador linear limitado. Então, para todo* $x \in X$ *e todo* $r > 0$ *temos*

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Depois do lema, o teorema

Lema

Suponha $T : X \to Y$ *um operador linear limitado. Então, para todo* $x \in X$ *e todo* $r > 0$ *temos*

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Teorema (de Banach-Steinhaus)

Seja $\mathcal{F}$ *uma família de operadores lineares limitados de um espaço de Banach* X *num espaço vetorial normado* Y*. Se para cada* $x \in X$, $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T(x)|| < \infty$, *então* $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T|| < \infty$.

Depois do lema, o teorema

Lema

Suponha $T : X \to Y$ *um operador linear limitado. Então, para todo* $x \in X$ *e todo* $r > 0$ *temos*

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Teorema (de Banach-Steinhaus)

Seja $\mathcal{F}$ *uma família de operadores lineares limitados de um espaço de Banach* X *num espaço vetorial normado* Y*. Se para cada* $x \in X$*,* $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T(x)|| < \infty$*, então* $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T|| < \infty$*.*

Demonstração.

Suponha que não e seja $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$ em $\mathcal{F}$ tal que $||T_n|| \geq 4^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

Depois do lema, o teorema

Lema

Suponha $T : X \to Y$ um operador linear limitado. Então, para todo $x \in X$ e todo $r > 0$ temos

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Teorema (de Banach-Steinhaus)

Seja $\mathcal{F}$ uma família de operadores lineares limitados de um espaço de Banach X num espaço vetorial normado Y. Se para cada $x \in X$, $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T(x)|| < \infty$, então $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T|| < \infty$.

Demonstração.

Suponha que não e seja $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$ em $\mathcal{F}$ tal que $||T_n|| \geq 4^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Escolha x_0 e para cada $n \geq 1$ aplique o lema para obter $x_n \in X$ tal que $||x_n - x_{n-1}|| \leq 3^{-n}$ e $||T_n(x_n)|| \geq \frac{2}{3}3^{-n}||T_n||$.

Depois do lema, o teorema

Lema

Suponha $T : X \to Y$ um operador linear limitado. Então, para todo $x \in X$ e todo $r > 0$ temos

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Teorema (de Banach-Steinhaus)

Seja $\mathcal{F}$ uma família de operadores lineares limitados de um espaço de Banach X num espaço vetorial normado Y. Se para cada $x \in X$, $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T(x)|| < \infty$, então $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T|| < \infty$.

Demonstração.

Suponha que não e seja $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$ em $\mathcal{F}$ tal que $||T_n|| \geq 4^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.
Escolha x_0 e para cada $n \geq 1$ aplique o lema para obter $x_n \in X$ tal que $||x_n - x_{n-1}|| \leq 3^{-n}$ e $||T_n(x_n)|| \geq \frac{2}{3}3^{-n}||T_n||$.
Note que $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é de Cauchy e, portanto, converge para algum $x \in X$.

Depois do lema, o teorema

Lema

Suponha $T : X \to Y$ um operador linear limitado. Então, para todo $x \in X$ e todo $r > 0$ temos

$$\sup_{a \in B_r(x)} ||T(a)|| \geq ||T||r$$

Teorema (de Banach-Steinhaus)

Seja $\mathcal{F}$ uma família de operadores lineares limitados de um espaço de Banach X num espaço vetorial normado Y. Se para cada $x \in X$, $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T(x)|| < \infty$, então $\sup_{T \in \mathcal{F}} ||T|| < \infty$.

Demonstração.

Suponha que não e seja $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$ em $\mathcal{F}$ tal que $||T_n|| \geq 4^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.
Escolha x_0 e para cada $n \geq 1$ aplique o lema para obter $x_n \in X$ tal que $||x_n - x_{n-1}|| \leq 3^{-n}$ e $||T_n(x_n)|| \geq \frac{2}{3}3^{-n}||T_n||$.
Note que $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é de Cauchy e, portanto, converge para algum $x \in X$. Então $||x - x_n|| \leq \frac{1}{2}3^{-n}$ e $||T_n(x)|| \geq \frac{1}{6}3^{-n}||T_n|| \geq \frac{1}{6}(\frac{4}{3})^n \to \infty$. $\square$

Jogo de Banach-Mazur

Jogo de Banach-Mazur

O jogo de Banach-Mazur é um jogo parecido com o seguinte:

Jogo de Banach-Mazur

O jogo de Banach-Mazur é um jogo parecido com o seguinte:

Considere o seguinte jogo entre os jogadores I e II.

Jogo de Banach-Mazur

O jogo de Banach-Mazur é um jogo parecido com o seguinte:

Considere o seguinte jogo entre os jogadores I e II.
Na primeira rodada, jogador I escolhe A_1 aberto não vazio.

Jogo de Banach-Mazur

O jogo de Banach-Mazur é um jogo parecido com o seguinte:

Considere o seguinte jogo entre os jogadores I e II.
Na primeira rodada, jogador I escolhe A_1 aberto não vazio.
Então o jogador II escolhe $B_1 \subset A_1$ aberto não vazio.

Jogo de Banach-Mazur

O jogo de Banach-Mazur é um jogo parecido com o seguinte:

Considere o seguinte jogo entre os jogadores I e II.
Na primeira rodada, jogador I escolhe A_1 aberto não vazio.
Então o jogador II escolhe $B_1 \subset A_1$ aberto não vazio.
Na rodada $n+1$, o jogador I joga $A_{n+1} \subset B_n$ aberto não vazio e o jogador escolhe $B_{n+1} \subset A_{n+1}$ aberto não vazio.

Jogo de Banach-Mazur

O jogo de Banach-Mazur é um jogo parecido com o seguinte:

Considere o seguinte jogo entre os jogadores I e II.
Na primeira rodada, jogador I escolhe A_1 aberto não vazio.
Então o jogador II escolhe $B_1 \subset A_1$ aberto não vazio.
Na rodada $n+1$, o jogador I joga $A_{n+1} \subset B_n$ aberto não vazio e o jogador escolhe $B_{n+1} \subset A_{n+1}$ aberto não vazio.
O jogo continua para cada rodada $n \in \mathbb{N}_{>0}$.

Jogo de Banach-Mazur

O jogo de Banach-Mazur é um jogo parecido com o seguinte:

Considere o seguinte jogo entre os jogadores I e II.
Na primeira rodada, jogador I escolhe A_1 aberto não vazio.
Então o jogador II escolhe $B_1 \subset A_1$ aberto não vazio.
Na rodada $n+1$, o jogador I joga $A_{n+1} \subset B_n$ aberto não vazio e o jogador escolhe $B_{n+1} \subset A_{n+1}$ aberto não vazio.
O jogo continua para cada rodada $n \in \mathbb{N}_{>0}$.
O jogador I vence se $\bigcap_{n \in \mathbb{N}_{>0}} A_n = \emptyset$.

O livro escocês

Uma versão deste jogo aparecia no problema 43 do Livro escocês.

O livro escocês

Uma versão deste jogo aparecia no problema 43 do Livro escocês.
Alguns matemáticos que trabalhavam numa universidade polonesa se reuniam em cafés para discutir matemática.

O livro escocês

Uma versão deste jogo aparecia no problema 43 do Livro escocês.
Alguns matemáticos que trabalhavam numa universidade polonesa se reuniam em cafés para discutir matemática.
Eles costumavam usar as próprias mesas de mármore para escrever.

O livro escocês

Uma versão deste jogo aparecia no problema 43 do Livro escocês.
Alguns matemáticos que trabalhavam numa universidade polonesa se reuniam em cafés para discutir matemática.
Eles costumavam usar as próprias mesas de mármore para escrever. Mas o problema é que no final do dia isso era apagado.

O livro escocês

Uma versão deste jogo aparecia no problema 43 do Livro escocês.
Alguns matemáticos que trabalhavam numa universidade polonesa se reuniam em cafés para discutir matemática.
Eles costumavam usar as próprias mesas de mármore para escrever. Mas o problema é que no final do dia isso era apagado.
Assim, Banach (ou sua esposa, Lucja), teve a ideia de comprar um livro em branco e deixá-lo guardado no próprio café.

Uma versão deste jogo aparecia no problema 43 do Livro escocês.
Alguns matemáticos que trabalhavam numa universidade polonesa se reuniam em cafés para discutir matemática.
Eles costumavam usar as próprias mesas de mármore para escrever. Mas o problema é que no final do dia isso era apagado.
Assim, Banach (ou sua esposa, Lucja), teve a ideia de comprar um livro em branco e deixá-lo guardado no próprio café.
Como o nome do lugar era "Café Escocês", o livro acabou ganhando esse nome.

Prêmios

Os problemas eram marcados no livro e algumas vezes era marcado também quem tinha resolvido. Há um total de 193 problemas no livro.

Prêmios

Os problemas eram marcados no livro e algumas vezes era marcado também quem tinha resolvido. Há um total de 193 problemas no livro.
Alguns dos problemas tinham indicação de um prêmio para quem o resolvesse.

Prêmios

Os problemas eram marcados no livro e algumas vezes era marcado também quem tinha resolvido. Há um total de 193 problemas no livro.
Alguns dos problemas tinham indicação de um prêmio para quem o resolvesse.
Por exemplo, o problema 43 valia uma garrafa de vinho (oferecida pelo Mazur).

O livro e a guerra

O livro e a guerra

A cidade polonesa (Lwów) foi invadida por russos e por alemães durante a segunda guerra.

O livro e a guerra

A cidade polonesa (Lwów) foi invadida por russos e por alemães durante a segunda guerra.

No prefácio de uma edição moderna do livro, Ulam conta que na sua última visita à cidade antes da guerra, o livro foi assunto de uma discussão sua com Mazur:

O livro e a guerra

A cidade polonesa (Lwów) foi invadida por russos e por alemães durante a segunda guerra.

No prefácio de uma edição moderna do livro, Ulam conta que na sua última visita à cidade antes da guerra, o livro foi assunto de uma discussão sua com Mazur: "O que fazer com o livro se a cidade for invadida?".

O livro e a guerra

A cidade polonesa (Lwów) foi invadida por russos e por alemães durante a segunda guerra.

No prefácio de uma edição moderna do livro, Ulam conta que na sua última visita à cidade antes da guerra, o livro foi assunto de uma discussão sua com Mazur: "O que fazer com o livro se a cidade for invadida?".

Fizeram um plano de enterrá-lo (inclusive decidindo onde, para depois outros poderem encontrar).

O livro e a guerra

A cidade polonesa (Lwów) foi invadida por russos e por alemães durante a segunda guerra.

No prefácio de uma edição moderna do livro, Ulam conta que na sua última visita à cidade antes da guerra, o livro foi assunto de uma discussão sua com Mazur: "O que fazer com o livro se a cidade for invadida?".

Fizeram um plano de enterrá-lo (inclusive decidindo onde, para depois outros poderem encontrar).

Mas Ulam não soube dizer se foi isso mesmo que ocorreu.

O livro e a guerra

A cidade polonesa (Lwów) foi invadida por russos e por alemães durante a segunda guerra.
No prefácio de uma edição moderna do livro, Ulam conta que na sua última visita à cidade antes da guerra, o livro foi assunto de uma discussão sua com Mazur: "O que fazer com o livro se a cidade for invadida?".
Fizeram um plano de enterrá-lo (inclusive decidindo onde, para depois outros poderem encontrar).
Mas Ulam não soube dizer se foi isso mesmo que ocorreu.
De qualquer forma, há no final do livro diversos problemas propostos por matemáticos russos que participaram da invasão.

Problema 153

Um problema bem interessante no livro é o problema 153, também proposto por Mazur.

Problema 153

Um problema bem interessante no livro é o problema 153, também proposto por Mazur.

Problema

Seja $f : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}$ *contínua. Dado* $\varepsilon > 0$*, existem* $a_1, ..., a_n$*,* $b_1, ..., b_n$*,* $c_1, ..., c_n \in [0,1]$ *tais que*

$$|f(x,y) - \sum_{k=1}^{n} c_k f(a_k, y) f(x, b_k)| < \varepsilon$$

para todo $x, y \in [0,1] \times [0,1]$*?*

História

Esse problema foi proposto em 1936.

História

Esse problema foi proposto em 1936.
Em 1955, Grothendieck provou que se o “Problema da aproximação” fosse resolvido negativamente, então o problema 153 também seria resolvido (na negativa).

História

Esse problema foi proposto em 1936.
Em 1955, Grothendieck provou que se o "Problema da aproximação" fosse resolvido negativamente, então o problema 153 também seria resolvido (na negativa).
O problema da aproximação perguntava se todo espaço de Banach tinha a propriedade da aproximação (algo que os espaços de Hilbert satisfazem).

História

Esse problema foi proposto em 1936.
Em 1955, Grothendieck provou que se o "Problema da aproximação" fosse resolvido negativamente, então o problema 153 também seria resolvido (na negativa).
O problema da aproximação perguntava se todo espaço de Banach tinha a propriedade da aproximação (algo que os espaços de Hilbert satisfazem).
Em 1973, Enflo publicou um artigo com um espaço de Banach que não tinha a propriedade da aproximação, resolvendo assim também o problema 153.

Prêmio?

Mas talvez o melhor da história era que o problema 153 valia também um prêmio:

Prêmio?

Mas talvez o melhor da história era que o problema 153 valia também um prêmio: um ganso vivo.

Prêmio?

Mas talvez o melhor da história era que o problema 153 valia também um prêmio: um ganso vivo.

Mazur, Ganso e Enflo
1972

Para o lar

Para o lar

Mas nem todos os problemas do livro são assim difíceis.

Para o lar

Mas nem todos os problemas do livro são assim difíceis.
Um que tem uma solução simples é o problema 9 (marcado no livro como resolvido por Ulam):

Para o lar

Mas nem todos os problemas do livro são assim difíceis.
Um que tem uma solução simples é o problema 9 (marcado no livro como resolvido por Ulam):

Problema

Suponha que uma família de conjuntos $\mathcal{F}$ é tal que todo $F \in \mathcal{F}$ tem n elementos e que, toda vez que tomamos $F_1, \ldots, F_{n+1} \in \mathcal{F}$ existe um $a \in \bigcap_{i=1}^{n+1} F_i$.

Para o lar

Mas nem todos os problemas do livro são assim difíceis.
Um que tem uma solução simples é o problema 9 (marcado no livro como resolvido por Ulam):

Problema

Suponha que uma família de conjuntos $\mathcal{F}$ é tal que todo $F \in \mathcal{F}$ tem n elementos e que, toda vez que tomamos $F_1, ..., F_{n+1} \in \mathcal{F}$ existe um $a \in \bigcap_{i=1}^{n+1} F_i$. É verdade que existe a tal que $a \in \bigcap_{F \in \mathcal{F}} F$.

Referências

- Versão datilografada (por Ulam) do livro (só procurar na internet)
- `https://arxiv.org/pdf/1005.1585.pdf`
  Artigo com a demonstração (bem) simples do Teorema de Banach-Steinhaus.
- Todas as imagens (e boa parte das histórias): wikipedia.