

As descobertas da vida: a Matemática entre relógios e fábricas de pão

Rafael Andrade da Silva

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC)
Universidade de São Paulo (USP)

15 de Agosto de 2023

Inspiração

- "Mãe, a senhora sabia que: (insira aqui a informação extremamente específica)"

Inspiração

- "Mãe, a senhora sabia que: (insira aqui a informação extremamente específica)"
- "O que a senhora acha das coisas que eu falo sobre matemática?"

Inspiração

- "Mãe, a senhora sabia que: (insira aqui a informação extremamente específica)"
- "O que a senhora acha das coisas que eu falo sobre matemática?"
- De qualquer um dos grandes matemáticos até a minha Mãe, a matemática continua com a sua beleza.

O que esperar?

- Seja a Expectativa dada pela função $E(x)$ e a Realidade a função dada por $R(x)$, temos que:

$$E(x) \leq 0 \implies R(x) > 0$$

O que esperar?

- Seja a Expectativa dada pela função $E(x)$ e a Realidade a função dada por $R(x)$, temos que:

$$E(x) \leq 0 \implies R(x) > 0$$

- Então espere pouco, muito pouco, quase nada... Ou será que não?

O que esperar?

- Seja a Expectativa dada pela função $E(x)$ e a Realidade a função dada por $R(x)$, temos que:

$$E(x) \leq 0 \implies R(x) > 0$$

- Então espere pouco, muito pouco, quase nada... Ou será que não?
- Importante ressaltar que a canção "O Pato", de João Gilberto, foi reproduzida durante 3 horas durante a criação dessa apresentação.

O caso de Euclides

- O dia que conversei com Euclides (sim, **aquele** mesmo).

¹Pelo jeito, não pode usar figura de linguagem...

O caso de Euclides

- O dia que conversei com Euclides (sim, **aquele** mesmo).
- Na parada de Ônibus.

¹Pelo jeito, não pode usar figura de linguagem...

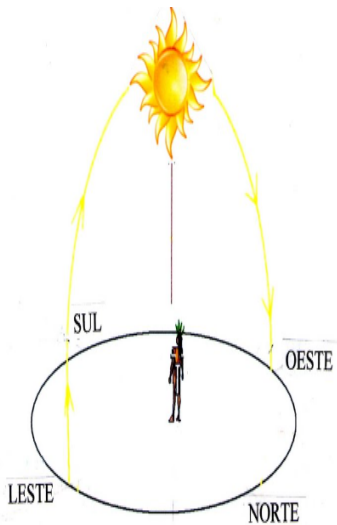
O caso de Euclides

- O dia que conversei com Euclides (sim, **aquele** mesmo).
- Na parada de Ônibus.
- Às 13h, no calor escaldante e com o sol a pino (ou talvez não, modo de dizer¹) de Recife.

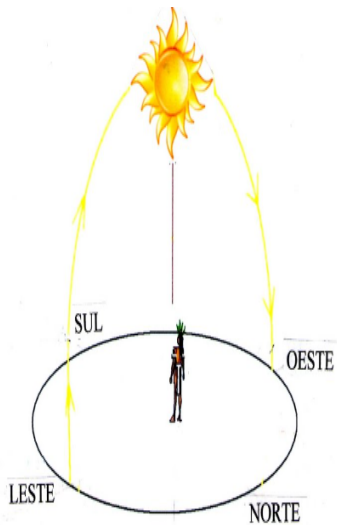
¹Pelo jeito, não pode usar figura de linguagem...

Um pouco de Geografia, por favor...

Um pouco de Geografia, por favor...

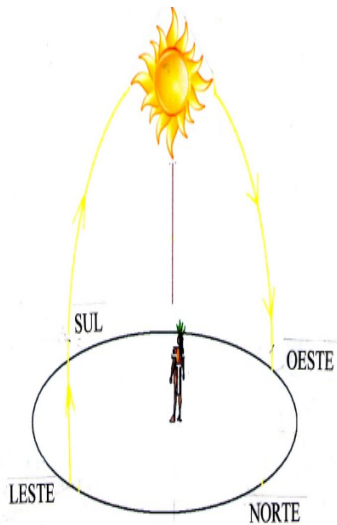


Um pouco de Geografia, por favor...



^aPaulo Bedaque and Paulo Sergio Bretones. O sol está sempre a pino ao meio-dia? Revista Brasileira de Ensino de Física, 42:e20190025, 2020.

Um pouco de Geografia, por favor...

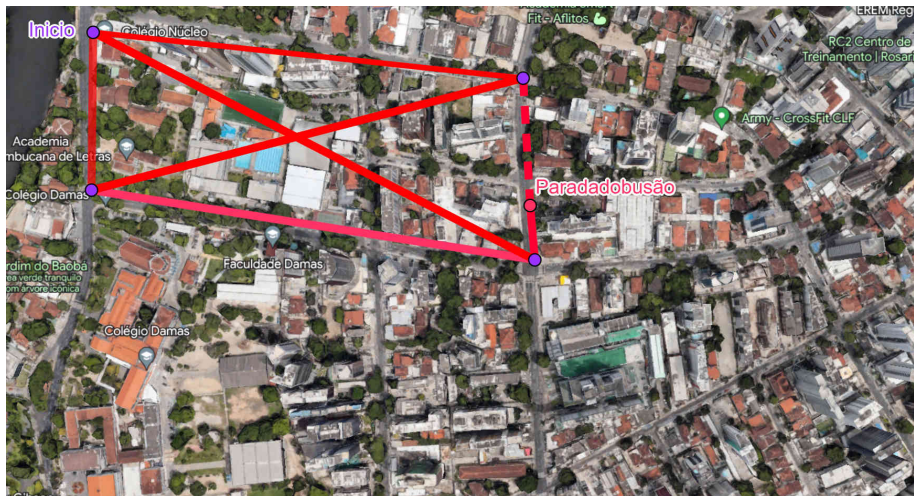


- O Sol não é muito pontual... Por isso, calcular é preciso^a

^aPaulo Bedaque and Paulo Sergio Bretones. O sol está sempre a pino ao meio-dia? Revista Brasileira de Ensino de Física, 42:e20190025, 2020.

O caso de Euclides



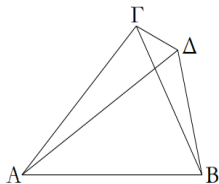


Coincidência?

Coincidência?

ζ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρω ἑκατέρω οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλω καὶ ἄλλω σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.



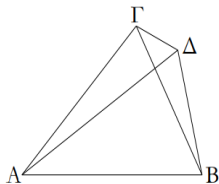
Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς AB δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς AG, GB ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ AD, DB ἴσαι ἑκατέρω ἑκατέρω συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλω καὶ ἄλλω σημείῳ τῶν τε Γ καὶ Δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν GA τῇ ΔA τὸ αὐτὸ πέρασ ἔχουσαν αὐτῇ τὸ A, τὴν δὲ GB τῇ ΔB τὸ αὐτὸ πέρασ ἔχουσαν αὐτῇ τὸ B, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓΔ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ AG τῇ AD, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ AΓΔ τῇ ὑπὸ AΔΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ AΔΓ τῆς ὑπὸ ΔΓB· πολλῶν ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔB μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔΓB. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ GB τῇ ΔB, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔB γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓB. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῶν μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Coincidência?

ζ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρω ἑκατέρω οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλω καὶ ἄλλω σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.



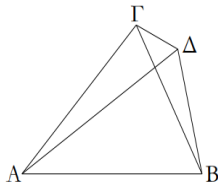
Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς AB δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς AG, GB ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ AD, DB ἴσαι ἑκατέρω ἑκατέρω συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλω καὶ ἄλλω σημείῳ τῷ τε Γ καὶ Δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν GA τῇ ΔA τὸ αὐτὸ πέρασ ἔχουσαν αὐτῇ τὸ A, τὴν δὲ GB τῇ ΔB τὸ αὐτὸ πέρασ ἔχουσαν αὐτῇ τὸ B, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓΔ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ AG τῇ AD, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ AΓΔ τῇ ὑπὸ AΔΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ AΔΓ τῆς ὑπὸ ΔΓB· πολλῶν ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔB μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔΓB. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ GB τῇ ΔB, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔB γωνία τῇ ὑπὸ ΔΓB. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῶν μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Coincidência?

ζ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρω ἑκατέρω οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλω καὶ ἄλλω σημείω ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.



Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς AB δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς AG, GB ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ AD, ΔB ἴσαι ἑκατέρω ἑκατέρω συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλω καὶ ἄλλω σημείω τῶν τε Γ καὶ Δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν GA τῇ ΔA τὸ αὐτὸ πέρασ ἔχουσαν αὐτῇ τὸ A, τὴν δὲ GB τῇ ΔB τὸ αὐτὸ πέρασ ἔχουσαν αὐτῇ τὸ B, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓΔ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ AG τῇ ΔA, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ AGΔ τῇ ὑπὸ AΔΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ AΔΓ τῆς ὑπὸ ΔΓB· πολλῶν ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔB μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔΓB. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ GB τῇ ΔB, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔB γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓB. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῶν μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

- "Sobre a mesma base e da mesma parte não se podem construir dois triângulos diferentes, que tenham os outros lados iguais; isto é, os dois, que partem de um mesmo termo da base e os outros dois, que partem do outro, não podem ser iguais"

Relógios são fundamentais

- Você está perdido numa ilha desconhecida, a única coisa que vê pela frente é um relógio quebrado.

Relógios são fundamentais

- Você está perdido numa ilha desconhecida, a única coisa que vê pela frente é um relógio quebrado.
- Atrás do relógio, existe uma placa, nela, a inscrição:

Relógios são fundamentais

- Você está perdido numa ilha desconhecida, a única coisa que vê pela frente é um relógio quebrado.
- Atrás do relógio, existe uma placa, nela, a inscrição:
"Talvez, outrora, a completude estivesse na presença externa. Alheia. Hoje, porém, constato que o cerne está em construir-se, reconstruir-se. Aos cobogós, não lhes basta mais do próprio concreto? Às horas, não lhes bastam os intervalos?"

E agora, o que fazer?

- Após o susto inicial, uma caneta e papel aparecem magicamente.

E agora, o que fazer?

- Após o susto inicial, uma caneta e papel aparecem magicamente. O que fazer para fugir?

Então, vamos as constatações...

- Intervalos, fechar lacunas nos cobogós, construir-se a partir de algo... Isso te lembra alguma coisa?

Então, vamos as constatações...

- Intervalos, fechar lacunas nos cobogós, construir-se a partir de algo... Isso te lembra alguma coisa?
- **EXATAMENTE!**

Então, vamos as constatações...

- Intervalos, fechar lacunas nos cobogós, construir-se a partir de algo... Isso te lembra alguma coisa?
- **EXATAMENTE!**
- **FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA**

Então, vamos as constatações...

- Intervalos, fechar lacunas nos cobogós, construir-se a partir de algo... Isso te lembra alguma coisa?
- **EXATAMENTE!**
- **FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA**
- Você só precisa mostrar como construir os \mathbb{R} a partir dos \mathbb{Q} , utilizando Cortes de Dedekind! Genial!

Corte de Dedekind

Corte de Dedekind



Corte de Dedekind



Podemos descrever um Corte de Dedekind a partir de:

Corte de Dedekind



Podemos descrever um Corte de Dedekind a partir de:

- Um par (I, J) de intervalos não vazios

Corte de Dedekind



Podemos descrever um Corte de Dedekind a partir de:

- Um par (I, J) de intervalos não vazios
- Sendo $I, J \subset \mathbb{Q}$

Corte de Dedekind



Podemos descrever um Corte de Dedekind a partir de:

- Um par (I, J) de intervalos não vazios
- Sendo $I, J \subset \mathbb{Q}$
- Onde $I \cup J = \mathbb{Q}$

Corte de Dedekind



Podemos descrever um Corte de Dedekind a partir de:

- Um par (I, J) de intervalos não vazios
- Sendo $I, J \subset \mathbb{Q}$
- Onde $I \cup J = \mathbb{Q}$
- Se um elemento $i \in I$, $\exists k \in I$ tal que $i < k$

Corte de Dedekind



Podemos descrever um Corte de Dedekind a partir de:

- Um par (I, J) de intervalos não vazios
- Sendo $I, J \subset \mathbb{Q}$
- Onde $I \cup J = \mathbb{Q}$
- Se um elemento $i \in I$, $\exists k \in I$ tal que $i < k$
- E para $i \in I$ e $j \in J$, vale que $i < j$

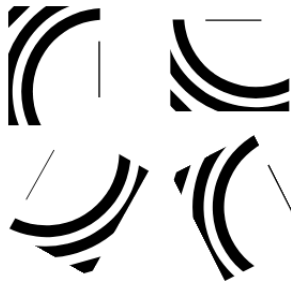
Corte de Dedinho



Corte de Dedinho



Corte de Dedinho



Teste de Aprendizagem

Q



R



Cardinalidade

O conceito de Cardinalidade está dentro de uma das áreas mais interessantes e legais da matemática (assim como todas as outras), a Teoria dos Conjuntos. Então, para esse conceito, temos que, sejam A e B dois conjuntos, eles terão a mesma **Cardinalidade** se:

- **Existir uma função bijetora de A para B**

Cardinalidade

O conceito de Cardinalidade está dentro de uma das áreas mais interessantes e legais da matemática (assim como todas as outras), a Teoria dos Conjuntos. Então, para esse conceito, temos que, sejam A e B dois conjuntos, eles terão a mesma **Cardinalidade** se:

- **Existir uma função bijetora de A para B**

$$f : A \longrightarrow B \text{ bijetora}$$

Cardinalidade

O conceito de Cardinalidade está dentro de uma das áreas mais interessantes e legais da matemática (assim como todas as outras), a Teoria dos Conjuntos. Então, para esse conceito, temos que, sejam A e B dois conjuntos, eles terão a mesma **Cardinalidade** se:

- **Existir uma função bijetora de A para B**

$$f : A \longrightarrow B \text{ bijetora}$$

- Ou seja, a função deve ser sobrejetora e injetora concomitantemente.

Um pão na chapa nunca mais será igual...

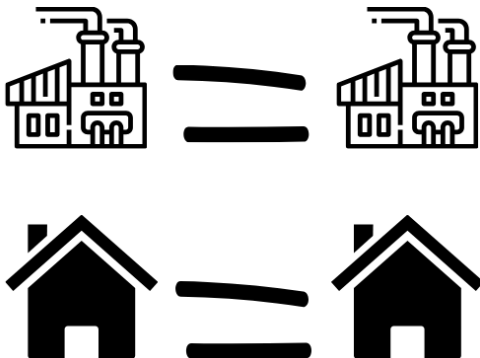


Cardinalidade

Um pão na chapa nunca mais será igual...



Cardinalidade



Franquias enumeráveis



{1,2,3,4,5}

Sua Casa



{1,2,3,4,5}

Sua Casa

U



Panificadora

N

{0,1,2,3,4,5,...}

atural



{1,2,3,4,5}
Sua Casa

U



Panificadora

N

{0,1,2,3,4,5,...}
atural



Panificadora

Z

{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

inteiros (?)


 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

Sua Casa

U



Panificadora

N

 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Natural



Panificadora

X

 $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
 $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
subconjunto dos
Naturais

Panificadora

Z

 $\{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

inteiros (?)



{1,2,3,4,5}
Sua Casa

U



{0,1,2,3,4,5,...}

atural



Panificadora



{2,4,6,8,10,...}
{1,3,5,7,9,...}
subconjunto dos
Naturais



Panificadora



{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

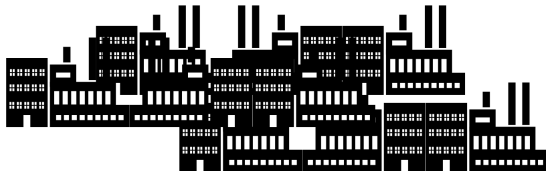
inteiros (?)



Panificadora

{..., -2, -3/2, -1, 0, 1/2, 1, 2, ...}





PANIFICADORA

REAIS

COMPLEXOS

- Ah, cuidado com aquelas panificadoras... E com filósofos e matemáticos da Grécia Antiga também...

- Ah, cuidado com aquelas panificadoras... E com filósofos e matemáticos da Grécia Antiga também...
- Caso tenham se interessado por qualquer coisa da apresentação², procure mais informações! Vai ser legal!

²rafael.andrade7@usp.br

- Ah, cuidado com aquelas panificadoras... E com filósofos e matemáticos da Grécia Antiga também...
- Caso tenham se interessado por qualquer coisa da apresentação², procure mais informações! Vai ser legal!
- Muito obrigado pela atenção! Até a próxima!

²rafael.andrade7@usp.br