Quanto mais melhor?

Davi Arrais Nobre
IFSC - USP
davi.nobre@usp.br

A sabedoria das massas - primórdios

- Galton (1822-1911) introduziu o conceito de sabedoria das massas em 1907.
  - Coletou palpites sobre o peso de um boi.
  - A mediana dos palpites diferia do valor real em 0,1%.
  - Os palpites foram dados tanto por leigos quanto por especialistas.
  - Não conseguiu explicar o fenômeno.

A sabedoria das massas - primórdios

- Galton (1822-1911) introduziu o conceito de sabedoria das massas em 1907.
    - Coletou palpites sobre o peso de um boi.
    - A mediana dos palpites diferia do valor real em 0,1%.
    - Os palpites foram dados tanto por leigos quanto por especialistas.
    - Não conseguiu explicar o fenômeno.

- A diversidade seria uma condição necessária para que o palpite coletivo fosse próximo do real.
- Diferentes perspectivas do problema permitiriam que o grupo chegasse em uma solução ótima [1].

[1] Page, Scott E. (2007). The Difference: How the Power of Diversity Creates Better Groups, Firms, Schools, and Societies . Princeton University Press.

A sabedoria das massas

- Problemas de cognição

A sabedoria das massas

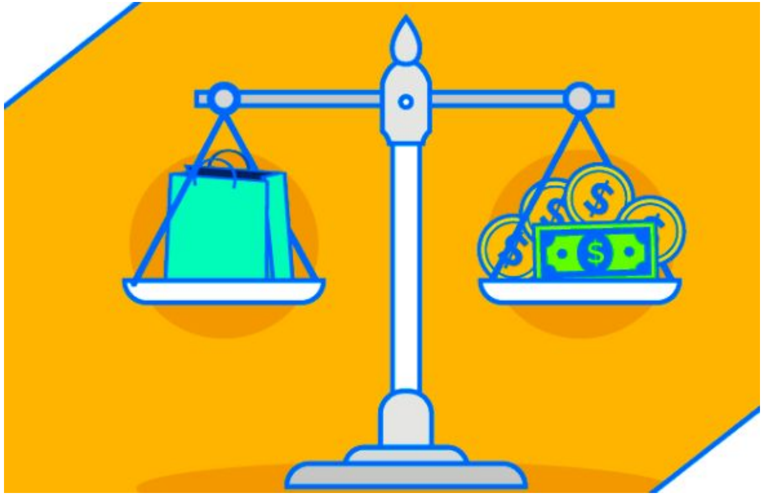
- Problemas de cognição

A sabedoria das massas

- Problemas de cognição

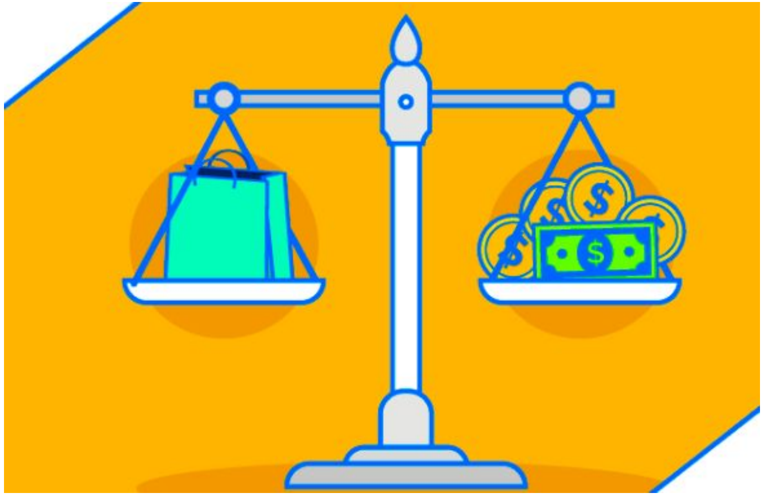
A sabedoria das massas

- ❑ Problemas de coordenação



A sabedoria das massas

- Problemas de coordenação



A sabedoria das massas

- Problemas de cooperação

[2] Surowiecki, James (2005). The Wisdom of Crowds: Why the Many are Smarter than the Few and How Collective Wisdom Shapes Business, Economies, Societies, and Nations . Anchor Books.

Teorema da diversidade das estimativas

Erro quadrático individual médio:

$$\varepsilon = \sum(P_i - T)^2/N$$

Erro quadrático coletivo:

$$\gamma = (\langle P \rangle - T)^2$$

$$\gamma = \varepsilon - \delta$$

Diversidade dos palpites (variância):

$$\delta = \sum(P_i - \langle P \rangle)^2/N$$

[1] Page, Scott E. (2007). The Difference: How the Power of Diversity Creates Better Groups, Firms, Schools, and Societies . Princeton University Press.

Estimando um parâmetro

Existem C regiões de interesse no objeto em análise, que será comparado com um "objeto médio" esperado pela população

$$T = \mu_T + \alpha \sum_{k=1}^{C} i_k,\ i_k = \begin{cases} +1, \text{ se a característica for acima da média} \\ -1, \text{ se a característica for abaixo da média} \end{cases}$$

- T é o valor real do parâmetro.
- μ_T é a expectativa cultural para esse parâmetro.
- α é um fator de escala.
- Existem N_+ característica positivas e N_- características negativas, de modo que

$$t = \sum_{k=1}^{C} i_k = N_+ - N_-$$

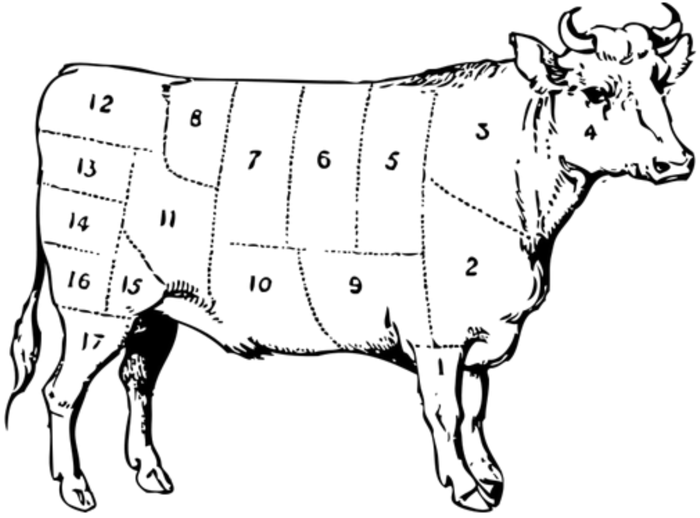
Estimando um parâmetro

$$\text{Palpite individual} = \mu_T + \alpha e_t,\ e_t = \sum_{k=1}^{C} j_k \qquad j_k = \begin{cases} i_k, \text{ com probabilidade } p \\ -i_k, \text{ com probabilidade } 1-p \end{cases}$$

- O erro individual é dado por $e_i = T - (\mu_T + \alpha e_t)$.
- O erro coletivo é dado pela média do erro individual.

$$e_c = \langle e_i \rangle = \alpha(t - \langle e_t \rangle) = 2\alpha t(1 - p)$$

Ou seja, o erro coletivo só é nulo (o grupo só acerta a estimativa) quando p=1 ou quando t=0 ($N_+ = N_-$).



[3] Nash, Ulrik W. (2014). "The Curious Anomaly of Skewed Judgment Distributions and Systematic Error in the Wisdom of Crowds". PLoS ONE 9(11):e112386.

Exemplificando o modelo

- Considere um objeto que tenha C = 100, sendo $N_+ = 90$ e $N_- = 10$ (t = 80), e p = 0,9.
  - Das regiões positivas, 0,9*90 = 81 serão categorizadas corretamente (como positivas), e 9 serão categorizadas como negativas.
  - Das regiões abaixo da média, 0.9*10 = 9 serão categorizadas como negativas, e 1 será categorizada como positiva.
  - Assim:

$$e_t = (81 - 9) - (9 - 1) = 64$$

$$e_c \text{ é proporcional a } (t - e_t) = 16 = 2t(1-p)$$

- Nesse caso, p é grande, mas, como t também é grande (o objeto real está muito fora da expectativa cultural), o grupo erra o palpite.

Exemplificando o modelo

- Considere um objeto que tenha C = 100, sendo $N_+ = 50$ e $N_- = 50$ (t = 0), e p = 0,6.
    - Das regiões positivas, 0,6*50 = 30 serão categorizadas como positivas (corretamente), e 20 serão categorizadas como negativas.
    - Das regiões abaixo da média, 0.6*50 = 30 serão categorizadas como negativas, e 20 serão categorizadas como positivas.
    - Assim:

$$e_t = (30 - 20) - (30 - 20) = 0$$

$$e_c \text{ é proporcional a } (t - e_t) = 0 = 2t(1-p)$$

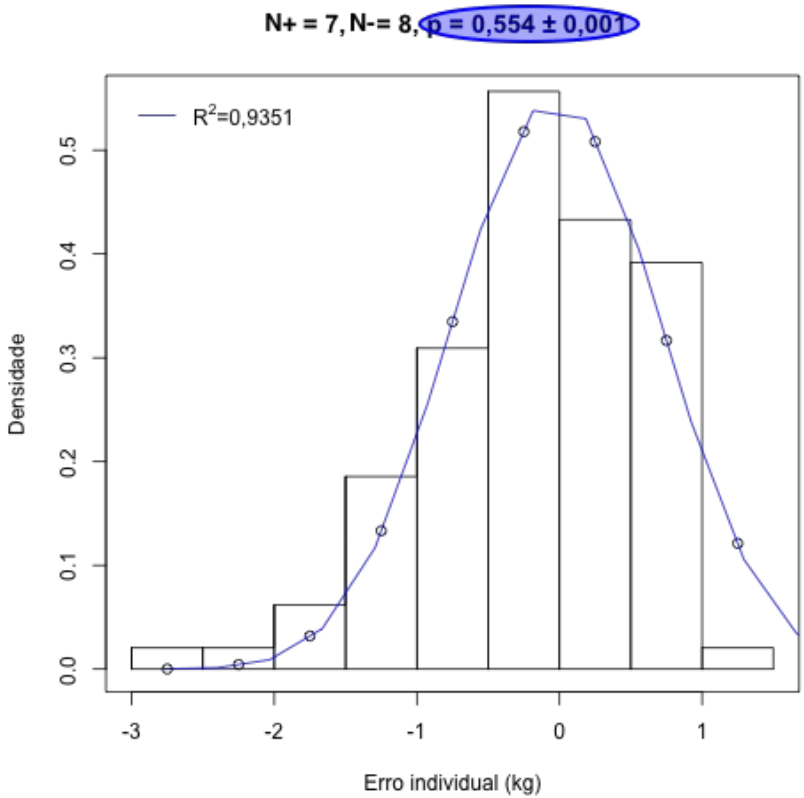
- Nesse caso, p é pequeno, mas, como t é zero (o objeto real corresponde exatamente à expectativa cultural), o grupo acerta o palpite.

Experimentos

- Pote de feijão (97 participantes)

- Páginas de um livro (140 participantes)

Experimentos - feijão



Valor real: T = 1,7452 kg

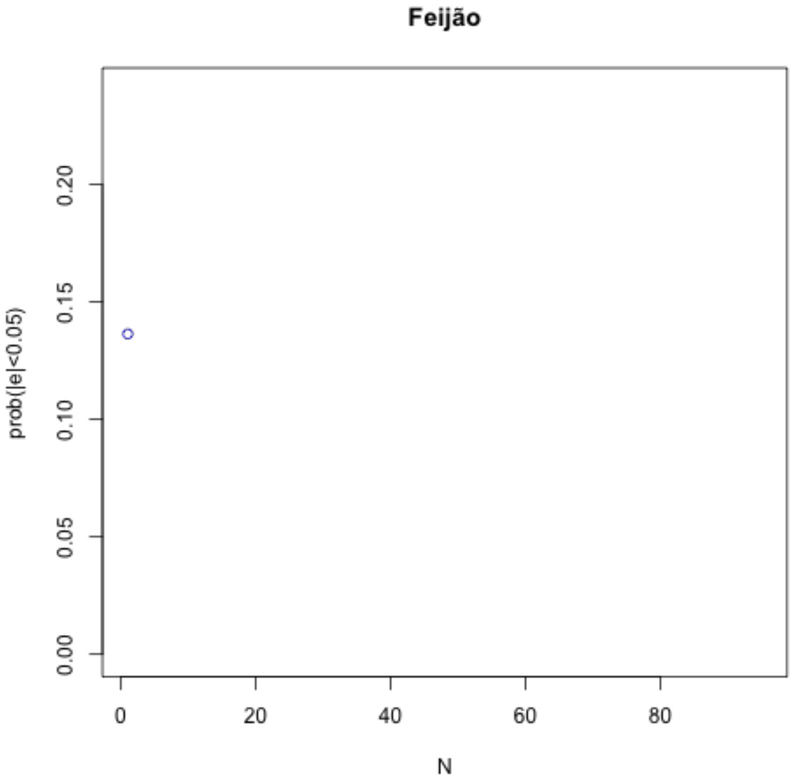
Média dos palpites: $\langle P_i \rangle$ = 1,9101 kg

Mediana dos palpites: M = 1,8 kg

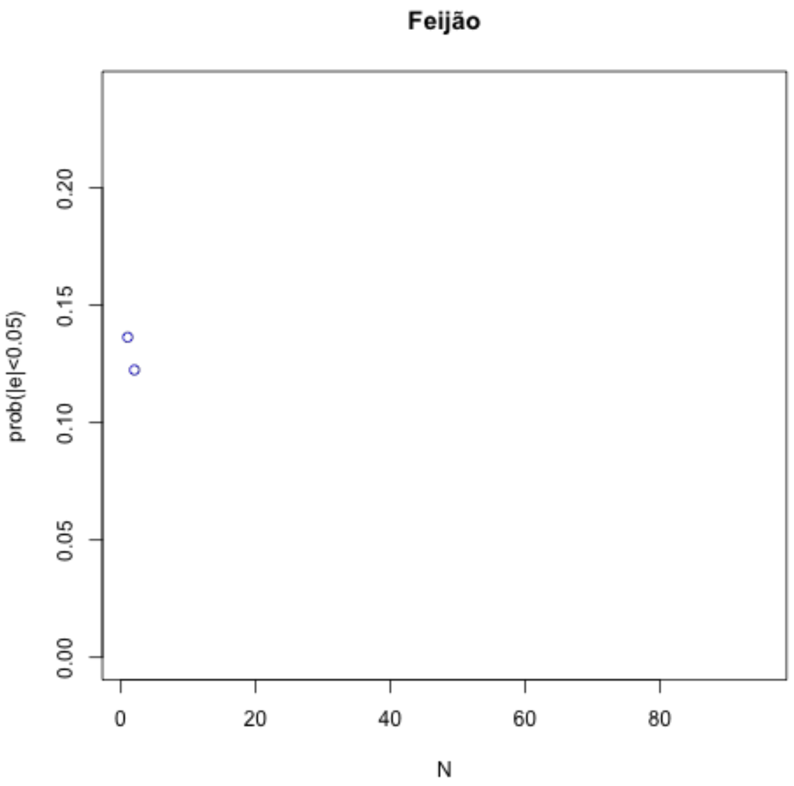
Erro coletivo: -9,4%

Expectativa cultural: (1,930 ± 0,009) kg

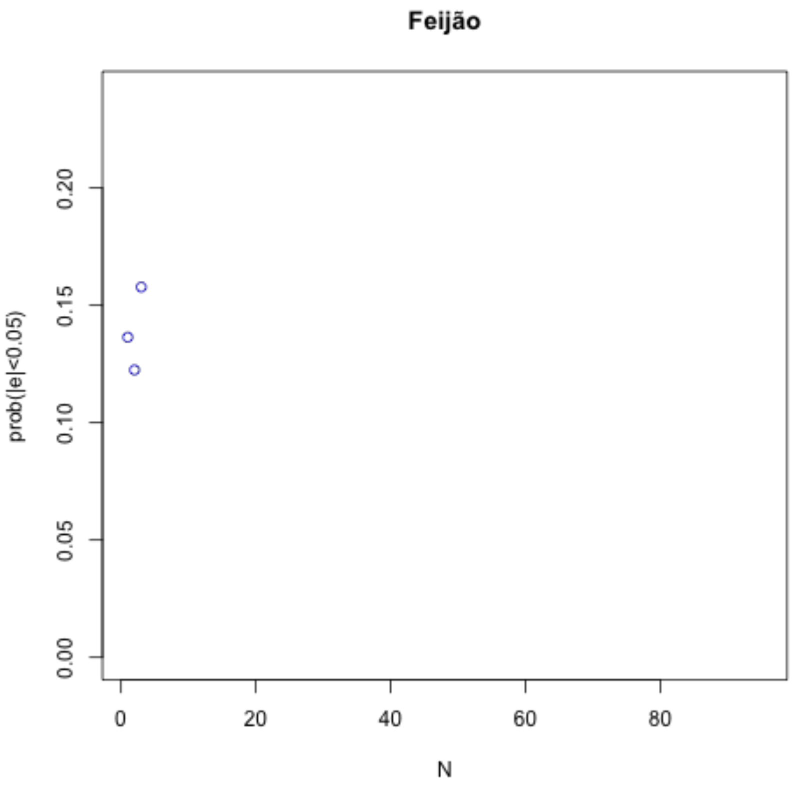
A influência do tamanho do grupo



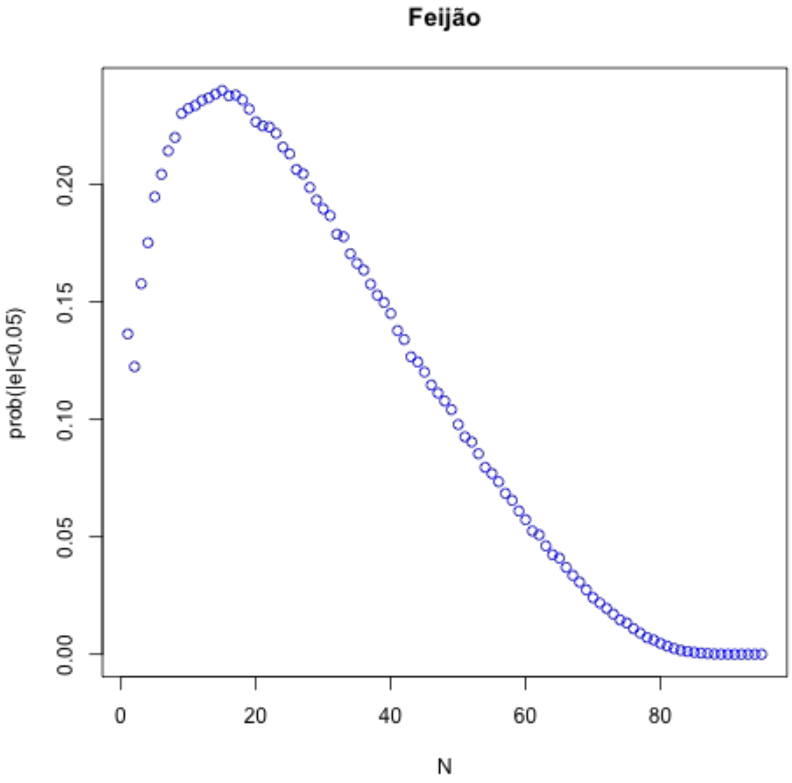
A influência do tamanho do grupo



A influência do tamanho do grupo

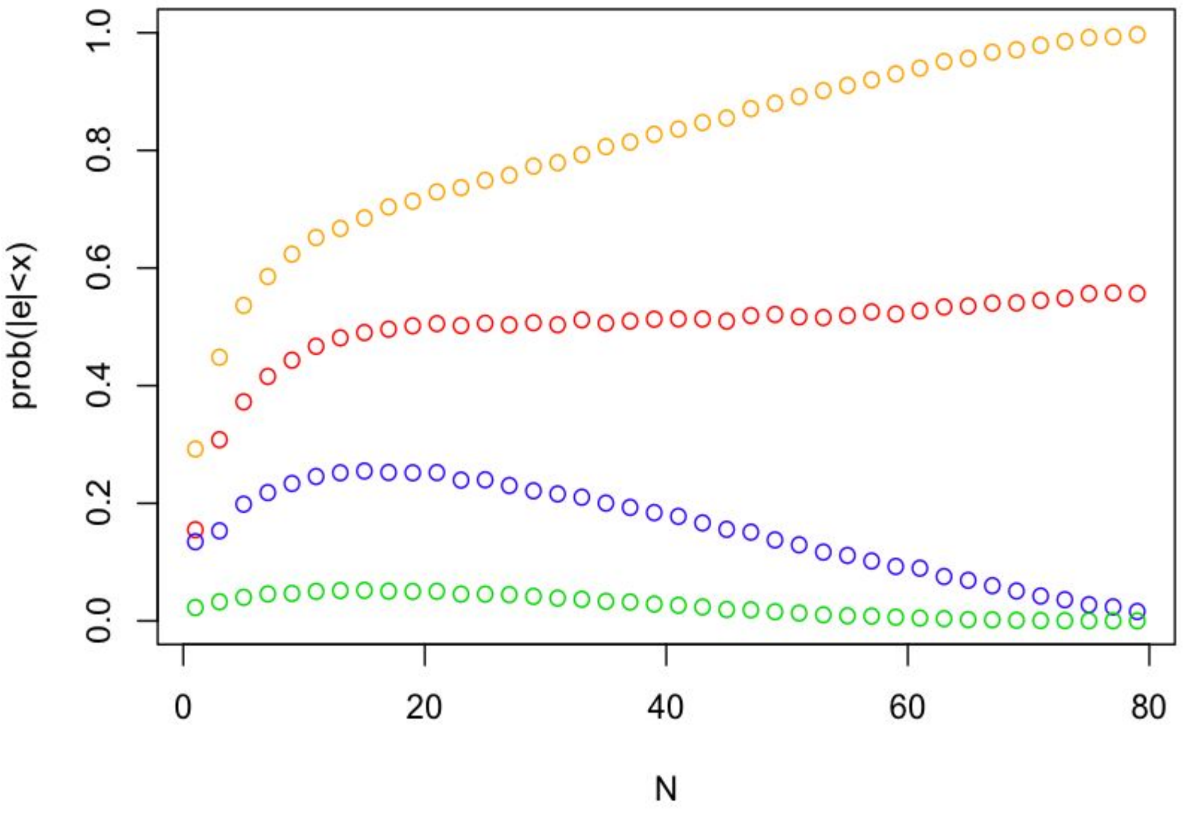


A influência do tamanho do grupo



A probabilidade de erro inferior a 5% é máxima quando N é aproximadamente 15.

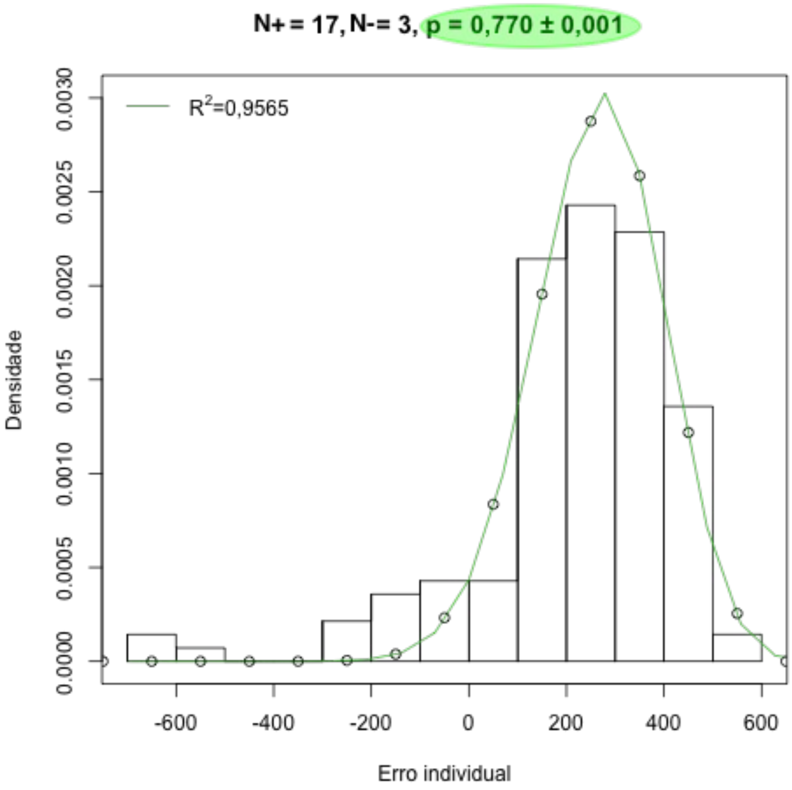
A influência do tamanho do grupo



x = 1%
x = 5%
x = 10%
x = 15%

N ~ 13-15
N ~ 13-15
N = 80
N = 80

Experimentos - páginas



Valor real: T = 784

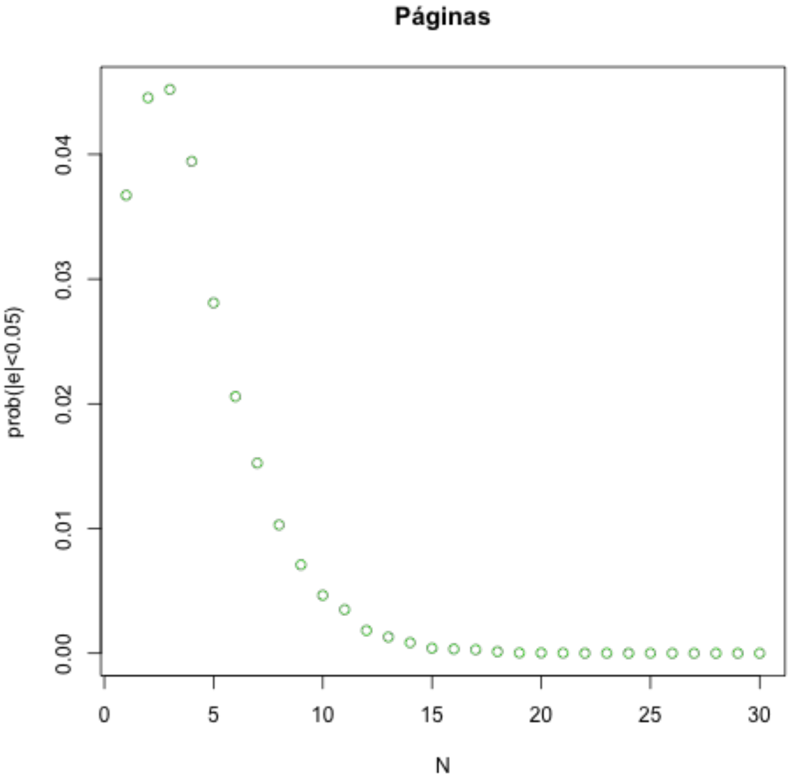
Média dos palpites: $\langle P_i \rangle$ = 560

Mediana dos palpites: M = 516

Erro coletivo: 28,6%

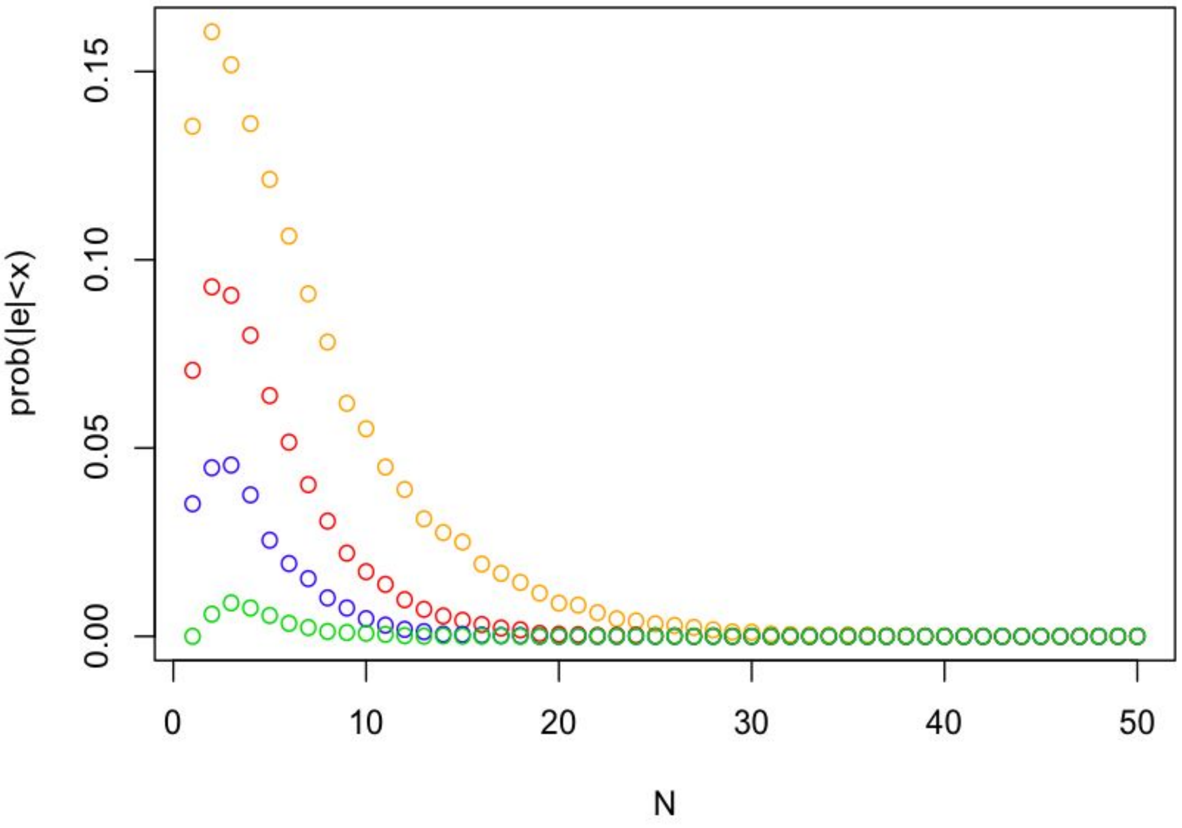
Expectativa cultural: 300 ± 10

A influência do tamanho do grupo



A probabilidade de erro inferior a 5% é máxima quando N é 3.

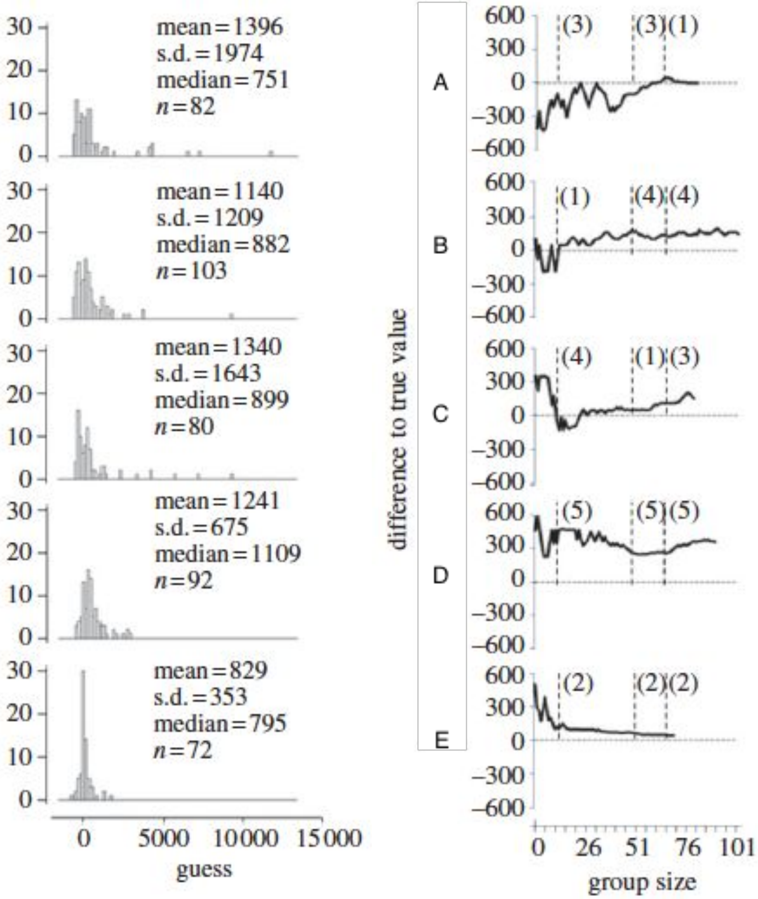
A influência do tamanho do grupo



x = 1%
x = 5%
x = 10%
x = 15%

N = 3
N = 3
N = 2
N = 2

E se os palpites não forem independentes?



Quantidade de jujubas em um pote (eram 751).

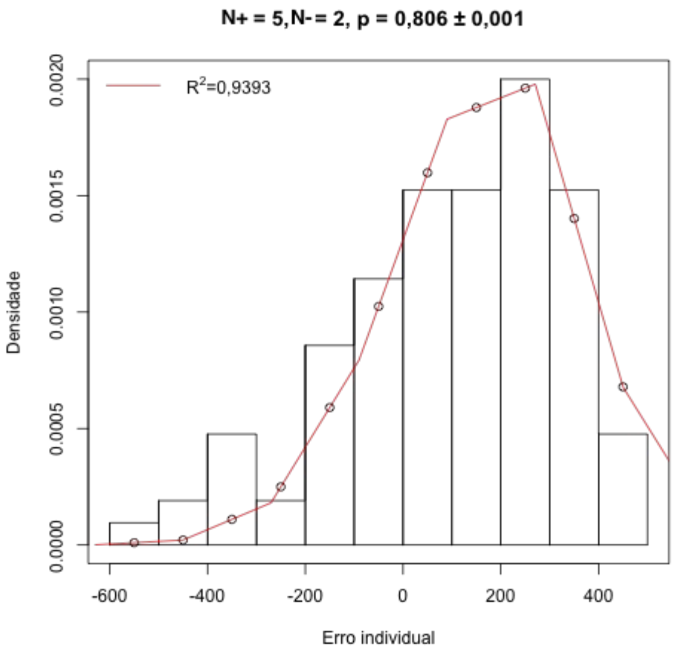
A - Palpites independentes
B - Foi mostrado o último palpite dado.
C - Foi mostrado um palpite anterior aleatório.
D - Foi mostrada a média dos palpites anteriores.
E - Foi mostrado o melhor palpite até o momento.

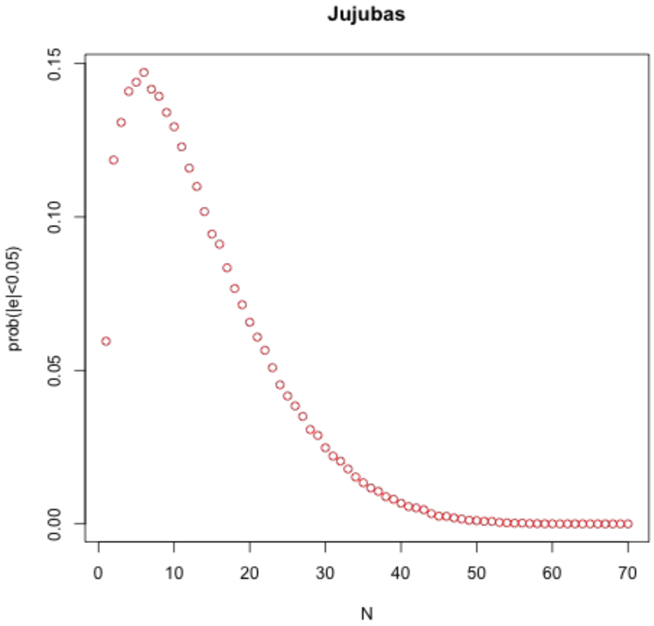
- A variância dos casos A, B, C e D foi a mesma.
- O caso em que a mediana dos palpites acertou com mais precisão o valor real foi no A.

Esses resultados são completamente diferentes dos meus!

[4] King AJ, Cheng L, Starke SD, Myatt JP (2012) "Is the true ‘wisdom of the crowd’ to copy successful individuals?". Biol. Lett. 8 197-200

Continuando com as jujubas...





Valor real: T = 636
Média dos palpites: $\langle P_i \rangle = 531$
Mediana dos palpites: M = 500
Erro coletivo: 16,5%
Expectativa cultural: 370 ± 20

Melhor N = 6

Conclusões

- O modelo é adequado para palpites independentes.
- A expectativa cultural μ_T não é uma constante entre as pessoas.
    - Mas, para um determinado grupo, pode-se aproximar para um valor médio.
- Dependendo do que se é analisado, quanto maior o grupo melhor a solução, mas isso ocorre na menor parte dos casos.
- Aparentemente sempre há um tamanho, finito e diferente de 1, para o qual o grupo estima o parâmetro mais precisamente.
- Grupos, em geral, são melhores que um indivíduo, mas nem sempre mais é melhor.