Paradoxos Legais

Lucas Mochi Pinto

Seminário de Coisas Legais, ICMC - USP

May 26, 2011

Sumário

Sumário

Sumário

Sumário

Paradoxos

Paradoxos

- **Definição:** Declaração que leva a uma situação que contradiz a intuição comum.

Paradoxos

- **Definição:** Declaração que leva a uma situação que contradiz a intuição comum.
- Exemplos

Paradoxos

- **Definição:** Declaração que leva a uma situação que contradiz a intuição comum.
- Exemplos
    1. **Paradoxo do Grand Hotel de Hilbert:** Mesmo que um hotel com infinitos quartos esteja completamente cheio, ele ainda pode receber mais hóspedes.

Paradoxos

- **Definição:** Declaração que leva a uma situação que contradiz a intuição comum.
- Exemplos
  1. **Paradoxo do Grand Hotel de Hilbert:** Mesmo que um hotel com infinitos quartos esteja completamente cheio, ele ainda pode receber mais hóspedes.
  2. **Paradoxo de BanachTarski:** Corte uma esfera em 5 partes, monte as peças, e obtenha duas esferas, ambas do mesmo tamanho da primeira.

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

O Título

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

O Título

- **Isotermo**: Mesma temperatura.

Paradoxo dos Antípodas Isotermos
O Título

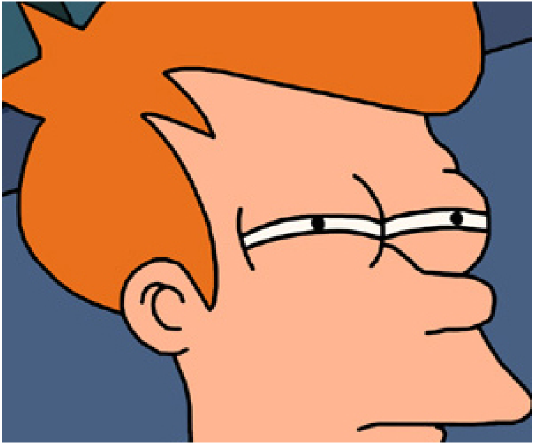
- **Isotermo**: Mesma temperatura.
- **Antípodas**: Pontos opostos no globo terrestre.

O Enunciado

Paradoxo dos Antípodas Isotermos
O Enunciado

"Dado um ponto na esfera (globo terrestre), em qualquer trajetória deste ponto ao seu antípoda, existe pelo menos um ponto cuja temperatura coincide com a temperatura em seu antípoda."

Paradoxo dos Antípodas Isotermos
O Enunciado



A Demonstração

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = R\}$. (Superfície da Esfera)

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = R\}$. (Superfície da Esfera)
- Função trajetória: $\lambda : [a, b] \longrightarrow S^2$. (Contínua)

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = R\}$. (Superfície da Esfera)
- Função trajetória: $\lambda : [a, b] \longrightarrow S^2$. (Contínua)
- $\overline{\lambda}(k)$ é dito ser o antípoda de $\lambda(k)$.

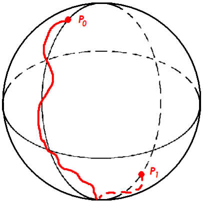
Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = R\}$. (Superfície da Esfera)
- Função trajetória: $\lambda : [a, b] \longrightarrow S^2$. (Contínua)
- $\overline{\lambda}(k)$ é dito ser o antípoda de $\lambda(k)$.
- $\lambda(a) = P_0$, $\lambda(b) = P_1 = \overline{\lambda}(a)$.

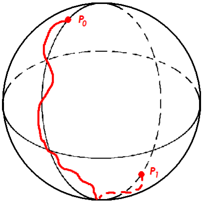
Paradoxo dos Antípodas Isotermos
A Demonstração

- $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = R\}$. (Superfície da Esfera)
- Função trajetória: $\lambda : [a, b] \longrightarrow S^2$. (Contínua)
- $\overline{\lambda}(k)$ é dito ser o antípoda de $\lambda(k)$.
- $\lambda(a) = P_0$, $\lambda(b) = P_1 = \overline{\lambda}(a)$.



-

Paradoxo dos Antípodas Isotermos
A Demonstração

- $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = R\}$. (Superfície da Esfera)
- Função trajetória: $\lambda : [a, b] \longrightarrow S^2$. (Contínua)
- $\overline{\lambda}(k)$ é dito ser o antípoda de $\lambda(k)$.
- $\lambda(a) = P_0$, $\lambda(b) = P_1 = \overline{\lambda}(a)$.
- 

- Função temperatura: $T : S^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ (Contínua)

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- $Q : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$, onde $t \longmapsto T(\lambda(t)) - T(\overline{\lambda}(t))$ **(Contínua)**

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- $Q : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$, onde $t \longmapsto T(\lambda(t)) - T(\overline{\lambda}(t))$ **(Contínua)**
- Pelo visto anteriormente,

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- $Q : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$, onde $t \longmapsto T(\lambda(t)) - T(\overline{\lambda}(t))$ **(Contínua)**
- Pelo visto anteriormente,

$$Q(a) = T(\lambda(a)) - T(\overline{\lambda}(a)) = T(P_0) - T(P_1)$$

Paradoxo dos Antípodas Isotermos
A Demonstração

- $Q : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$, onde $t \longmapsto T(\lambda(t)) - T(\overline{\lambda}(t))$ **(Contínua)**
- Pelo visto anteriormente,

$$Q(a) = T(\lambda(a)) - T(\overline{\lambda}(a)) = T(P_0) - T(P_1)$$
$$Q(b) = T(\lambda(b)) - T(\overline{\lambda}(b)) = T(P_1) - T(P_0) = -Q(a)$$

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- Se $Q(a) = 0$, temos $T(P_0) - T(P_1) = 0$, ou seja, $T(P_0) = T(P_1)$.

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

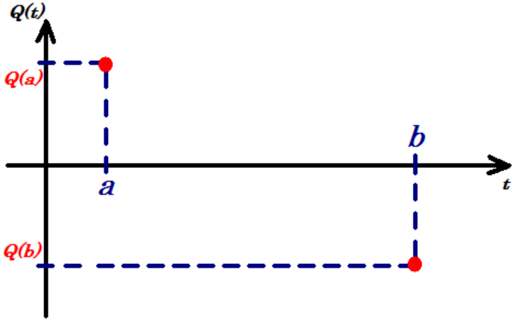
A Demonstração

- Se $Q(a) = 0$, temos $T(P_0) - T(P_1) = 0$, ou seja, $T(P_0) = T(P_1)$.
- Suponha, sem perda de generalidade, $Q(a) > 0$.

Paradoxo dos Antípodas Isotermos
A Demonstração

- Se $Q(a) = 0$, temos $T(P_0) - T(P_1) = 0$, ou seja, $T(P_0) = T(P_1)$.
- Suponha, sem perda de generalidade, $Q(a) > 0$.
- Logo, $Q(b) = -Q(a) < 0$.

Paradoxo dos Antípodas Isotermos
A Demonstração



Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- **Teorema (do anulamento ou de Bolzano).** Dada uma **função contínua** φ definida em um **intervalo fechado** $[\alpha, \beta]$, e se $\varphi(\alpha)$ e $\varphi(\beta)$ tiverem **sinais contrários**, então existirá pelo menos um $\omega \in [\alpha, \beta]$ tal que $\varphi(\omega) = 0$.

Paradoxo dos Antípodas Isotermos
A Demonstração

- **Teorema (do anulamento ou de Bolzano).** Dada uma **função contínua** φ definida em um **intervalo fechado** $[\alpha, \beta]$, e se $\varphi(\alpha)$ e $\varphi(\beta)$ tiverem **sinais contrários**, então existirá pelo menos um $\omega \in [\alpha, \beta]$ tal que $\varphi(\omega) = 0$.
- Oh, wait...

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- **Teorema (do anulamento ou de Bolzano).** Dada uma **função contínua** φ definida em um **intervalo fechado** $[\alpha, \beta]$, e se $\varphi(\alpha)$ e $\varphi(\beta)$ tiverem **sinais contrários**, então existirá pelo menos um $\omega \in [\alpha, \beta]$ tal que $\varphi(\omega) = 0$.
- Oh, wait...
- $Q(t)$ é contínua

Paradoxo dos Antípodas Isotermos
A Demonstração

- **Teorema (do anulamento ou de Bolzano).** Dada uma **função contínua** φ definida em um **intervalo fechado** $[\alpha, \beta]$, e se $\varphi(\alpha)$ e $\varphi(\beta)$ tiverem **sinais contrários**, então existirá pelo menos um $\omega \in [\alpha, \beta]$ tal que $\varphi(\omega) = 0$.
- Oh, wait...
- $Q(t)$ é contínua
- $Q(t)$ está definida em $[a, b]$ (fechado)

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- **Teorema (do anulamento ou de Bolzano).** Dada uma **função contínua** φ definida em um **intervalo fechado** $[\alpha, \beta]$, e se $\varphi(\alpha)$ e $\varphi(\beta)$ tiverem **sinais contrários**, então existirá pelo menos um $\omega \in [\alpha, \beta]$ tal que $\varphi(\omega) = 0$.
- Oh, wait...
- $Q(t)$ é contínua
- $Q(t)$ está definida em $[a, b]$ (fechado)
- $Q(a)$ e $Q(b)$ tem sinais contrários. ($Q(a) > 0$ e $Q(b) < 0$)

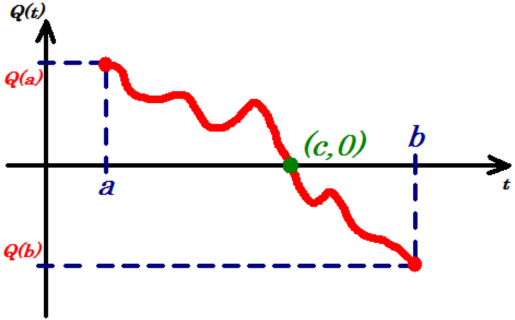
Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- **Teorema (do anulamento ou de Bolzano).** Dada uma **função contínua** φ definida em um **intervalo fechado** $[\alpha, \beta]$, e se $\varphi(\alpha)$ e $\varphi(\beta)$ tiverem **sinais contrários**, então existirá pelo menos um $\omega \in [\alpha, \beta]$ tal que $\varphi(\omega) = 0$.
- Oh, wait...
- $Q(t)$ é contínua
- $Q(t)$ está definida em $[a, b]$ (fechado)
- $Q(a)$ e $Q(b)$ tem sinais contrários. ($Q(a) > 0$ e $Q(b) < 0$)
- Logo, o teorema acima garante que **existe pelo menos um** $c \in [a, b]$ tal que $Q(c) = 0$

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração



Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- Como $Q(c) = 0$, temos $T(\lambda(c)) - T(\bar{\lambda}(c)) = 0$.

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- Como $Q(c) = 0$, temos $T(\lambda(c)) - T(\overline{\lambda}(c)) = 0$.
- Isso implica que existe um ponto $\lambda(c)$ sobre a trajetória tal que $T(\lambda(c)) = T(\overline{\lambda}(c))$.

Paradoxo dos Antípodas Isotermos

A Demonstração

- Como $Q(c) = 0$, temos $T(\lambda(c)) - T(\overline{\lambda}(c)) = 0$.
- Isso implica que existe um ponto $\lambda(c)$ sobre a trajetória tal que $T(\lambda(c)) = T(\overline{\lambda}(c))$.
- Portanto, **dado um ponto no globo terrestre, em qualquer trajetória deste ponto ao seu antípoda, existe pelo menos um ponto cuja temperatura coincide com a temperatura em seu antípoda.**

Paradoxo do Aniversário

O Enunciado

Paradoxo do Aniversário

O Enunciado

"Dado um grupo de 23 (ou mais) pessoas escolhidas aleatoriamente, a chance de que duas pessoas terão a mesma data de aniversário (dia e mês) é de mais de 50%."

Calculando a Probabilidade

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Despreze variações da distribuição - ano bissexto, gêmeos...

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Despreze variações da distribuição - ano bissexto, gêmeos...
- 365 possíveis aniversários igualmente prováveis.

Paradoxo do Aniversário

Calculando a Probabilidade

- Despreze variações da distribuição - ano bissexto, gêmeos...
- 365 possíveis aniversários igualmente prováveis.
- *Na verdade, distribuições de aniversários não são uniformes uma vez que as datas não são equiprováveis.*

Paradoxo do Aniversário

Calculando a Probabilidade

- Despreze variações da distribuição - ano bissexto, gêmeos...
- 365 possíveis aniversários igualmente prováveis.
- *Na verdade, distribuições de aniversários não são uniformes uma vez que as datas não são equiprováveis.*
- O evento de **pelo menos** duas pessoas entre n terem o mesmo aniversário é o **complementar** de todos os n serem diferentes.

Paradoxo do Aniversário

Calculando a Probabilidade

- Iremos calcular a probabilidade $\overline{p}(n)$ de que todos os n aniversários sejam diferentes.

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Iremos calcular a probabilidade $\overline{p}(n)$ de que todos os n aniversários sejam diferentes.
- Pelo **"Princípio da Casa dos Pombos"**, se $n > 365$ esta probabilidade é 0 .

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Por outro lado, se $n \leq 365$, $\overline{p}(n)$ é dado por:

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Por outro lado, se $n \leq 365$, $\overline{p}(n)$ é dado por:

$$\overline{p}(n) = 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{365}\right) \cdot (\ldots) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right)$$

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Por outro lado, se $n \leq 365$, $\overline{p}(n)$ é dado por:

$$\overline{p}(n) = 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{365}\right) \cdot (\ldots) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right)$$
$$\overline{p}(n) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot (\ldots) \cdot \frac{365-n+1}{365}$$

Paradoxo do Aniversário

Calculando a Probabilidade

- Por outro lado, se $n \leq 365$, $\overline{p}(n)$ é dado por:

$$\overline{p}(n) = 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{365}\right) \cdot (\ldots) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right)$$

$$\overline{p}(n) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot (\ldots) \cdot \frac{365-n+1}{365}$$

$$\overline{p}(n) = \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot (\ldots) \cdot (365-n+1)}{365^n}$$

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Por outro lado, se $n \leq 365$, $\overline{p}(n)$ é dado por:

$$\overline{p}(n) = 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{365}\right) \cdot (\ldots) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right)$$
$$\overline{p}(n) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot (\ldots) \cdot \frac{365-n+1}{365}$$
$$\overline{p}(n) = \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot (\ldots) \cdot (365-n+1)}{365^n}$$
$$\therefore \overline{p}(n) = \frac{365!}{365^n \cdot (365-n)!}$$

Paradoxo do Aniversário

Calculando a Probabilidade

- Consequentemente, sua probabilidade $p(n)$ é

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Consequentemente, sua probabilidade $p(n)$ é

$$p(n) = 1 - \overline{p}(n)$$

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Consequentemente, sua probabilidade $p(n)$ é

$$p(n) = 1 - \overline{p}(n)$$

- Esta probabilidade ultrapassa $1/2$ para $n = 23$ (com valor aproximado de $50,7\%$).

Paradoxo do Aniversário
Calculando a Probabilidade

- Consequentemente, sua probabilidade $p(n)$ é
$$p(n) = 1 - \overline{p}(n)$$
- Esta probabilidade ultrapassa $1/2$ para $n = 23$ (com valor aproximado de $50,7\%$).
- A tabela a seguir ilustra valores aproximados de $p(n)$, para alguns valores de n.

Paradoxo do Aniversário

Calculando a Probabilidade

n	$p(n)$
10	$11,70\%$
20	$41,14\%$
23	$50,73\%$
30	$70,63\%$
40	$89,12\%$
50	$97,04\%$
60	$99,41\%$
70	$99,92\%$

Aproximação

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Utilizaremos, com o intuito de aproximar $\overline{p}(n)$, a expansão da série de Taylor para a função exponencial, que é

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Utilizaremos, com o intuito de aproximar $\overline{p}(n)$, a expansão da série de Taylor para a função exponencial, que é

$$e^x = \frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Utilizaremos, com o intuito de aproximar $\overline{p}(n)$, a expansão da série de Taylor para a função exponencial, que é

$$e^x = \frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

- Notemos que

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Utilizaremos, com o intuito de aproximar $\overline{p}(n)$, a expansão da série de Taylor para a função exponencial, que é

$$e^x = \frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

- Notemos que

$$e^{-k/365} = 1 + \frac{\left(-\frac{k}{365}\right)^1}{1!} + \frac{\left(-\frac{k}{365}\right)^2}{2!} + \frac{\left(-\frac{k}{365}\right)^3}{3!} + \cdots$$

Paradoxo do Aniversário
Aproximação

- Utilizaremos, com o intuito de aproximar $\overline{p}(n)$, a expansão da série de Taylor para a função exponencial, que é

$$e^x = \frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

- Notemos que

$$e^{-k/365} = 1 + \frac{\left(-\frac{k}{365}\right)^1}{1!} + \frac{\left(-\frac{k}{365}\right)^2}{2!} + \frac{\left(-\frac{k}{365}\right)^3}{3!} + \cdots$$

$$e^{-k/365} \approx 1 + \frac{\left(-\frac{k}{365}\right)^1}{1!} = 1 - \frac{k}{365}$$

Paradoxo do Aniversário
Aproximação

- Mas como vimos anteriormente,

Paradoxo do Aniversário
Aproximação

- Mas como vimos anteriormente,

$$\overline{p}(n) = \left(1 - \frac{0}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot (\ldots) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right)$$

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Mas como vimos anteriormente,

$$\overline{p}(n) = \left(1 - \frac{0}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot (\ldots) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right)$$

- Desta forma, podemos concluir que

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Mas como vimos anteriormente,

$$\overline{p}(n) = \left(1 - \frac{0}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot (\ldots) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right)$$

- Desta forma, podemos concluir que

$$\overline{p}(n) \approx e^{-0/365} \cdot e^{-1/365} \cdot (\ldots)\, e^{-(n-1)/365}$$

Paradoxo do Aniversário
Aproximação

- Mas como vimos anteriormente,

$$\overline{p}(n) = \left(1 - \frac{0}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot (\ldots) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right)$$

- Desta forma, podemos concluir que

$$\begin{aligned}\overline{p}(n) &\approx e^{-0/365} \cdot e^{-1/365} \cdot (\ldots)\, e^{-(n-1)/365} \\ &= 1 \cdot e^{-(1+\cdots+(n-1))/365}\end{aligned}$$

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Mas como vimos anteriormente,

$$\overline{p}(n) = \left(1 - \frac{0}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot (\ldots) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{365}\right)$$

- Desta forma, podemos concluir que

$$\begin{aligned} \overline{p}(n) &\approx e^{-0/365} \cdot e^{-1/365} \cdot (\ldots)\, e^{-(n-1)/365} \\ &= 1 \cdot e^{-(1+\cdots+(n-1))/365} \\ &= e^{-(n(n-1))/2 \cdot 365} \end{aligned}$$

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Fazendo mais uma aproximação a grosso modo,

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Fazendo mais uma aproximação a grosso modo,

$$\overline{p}(n) \approx e^{-n^2/2\cdot 365}$$

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Fazendo mais uma aproximação a grosso modo,

$$\overline{p}(n) \approx e^{-n^2/2\cdot 365}$$
$$\therefore p(n) = 1 - \overline{p}(n) \approx 1 - e^{-n^2/2\cdot 365}$$

Paradoxo do Aniversário

Aproximação

- Fazendo mais uma aproximação a grosso modo,

$$\overline{p}(n) \approx e^{-n^2/2\cdot 365}$$
$$\therefore p(n) = 1 - \overline{p}(n) \approx 1 - e^{-n^2/2\cdot 365}$$

- Embora bem grosseira, esta aproximação é "quase precisa".

Paradoxo do Aniversário
Aproximação

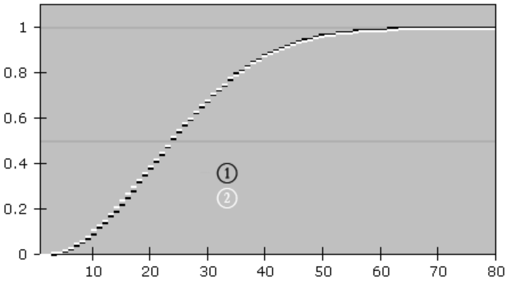
- Fazendo mais uma aproximação a grosso modo,

$$\overline{p}(n) \approx e^{-n^2/2\cdot 365}$$
$$\therefore p(n) = 1 - \overline{p}(n) \approx 1 - e^{-n^2/2\cdot 365}$$

- Embora bem grosseira, esta aproximação é "quase precisa".
- Na imagem a seguir, **1** (preto) representa o valor de $p(n)$, e **2** (branco), a aproximação obtida acima.

Paradoxo do Aniversário

Aproximação



Paradoxo do Aniversário
Aproximação

n	$p(n)$	$aprox$	$erro$
10	$11,70\%$	$12,80\%$	$1,10\%$
20	$41,14\%$	$42,19\%$	$1,05\%$
23	$50,73\%$	$51,55\%$	$0,82\%$
30	$70,63\%$	$70,85\%$	$0,22\%$
40	$89,12\%$	$88,83\%$	$0,29\%$
50	$97,04\%$	$96,74\%$	$0,30\%$
60	$99,41\%$	$99,28\%$	$0,13\%$
70	$99,92\%$	$99,88\%$	$0,04\%$

Paradoxo de Monty Hall

O Programa

Paradoxo de Monty Hall
O Programa

- Concurso televisivo dos Estados Unidos chamado "*Lets Make a Deal*", exibido na década de 1970 e apresentado por Monty Hall.

Paradoxo de Monty Hall
O Programa

- Concurso televisivo dos Estados Unidos chamado "*Lets Make a Deal*", exibido na década de 1970 e apresentado por Monty Hall.
- Três portas, um carro, dois prêmios de menor valor.

Paradoxo de Monty Hall

O Programa

- Concurso televisivo dos Estados Unidos chamado "*Lets Make a Deal*", exibido na década de 1970 e apresentado por Monty Hall.
- Três portas, um carro, dois prêmios de menor valor.
- *"Programa do Ratinho."*

Paradoxo de Monty Hall

O Programa

- Concurso televisivo dos Estados Unidos chamado "*Lets Make a Deal*", exibido na década de 1970 e apresentado por Monty Hall.
- Três portas, um carro, dois prêmios de menor valor.
- *"Programa do Ratinho."*
- Três etapas:

Paradoxo de Monty Hall
O Programa

- Concurso televisivo dos Estados Unidos chamado "*Lets Make a Deal*", exibido na década de 1970 e apresentado por Monty Hall.
- Três portas, um carro, dois prêmios de menor valor.
- *"Programa do Ratinho."*
- Três etapas:
    1. Concorrente escolhe uma porta;

Paradoxo de Monty Hall

O Programa

- Concurso televisivo dos Estados Unidos chamado "*Lets Make a Deal*", exibido na década de 1970 e apresentado por Monty Hall.
- Três portas, um carro, dois prêmios de menor valor.
- *"Programa do Ratinho."*
- Três etapas:
  1. Concorrente escolhe uma porta;
  2. Uma das outras duas portas é aberta (não escolhida, não premiada);

Paradoxo de Monty Hall
O Programa

- Concurso televisivo dos Estados Unidos chamado "*Lets Make a Deal*", exibido na década de 1970 e apresentado por Monty Hall.
- Três portas, um carro, dois prêmios de menor valor.
- *"Programa do Ratinho."*
- Três etapas:
  1. Concorrente escolhe uma porta;
  2. Uma das outras duas portas é aberta (não escolhida, não premiada);
  3. Possibilidade de troca de porta.

O Problema

Paradoxo de Monty Hall
O Problema

- Qual é a estratégia mais lógica?

Paradoxo de Monty Hall

O Problema

- Qual é a estratégia mais lógica?
- Ficar ou mudar de porta?

Paradoxo de Monty Hall
O Problema

- Qual é a estratégia mais lógica?
- Ficar ou mudar de porta?
- Qual é mais provável?

Paradoxo de Monty Hall
O Problema

- Qual é a estratégia mais lógica?
- Ficar ou mudar de porta?
- Qual é mais provável?
- Por quê?

A Resposta Intuitiva

Paradoxo de Monty Hall

A Resposta Intuitiva

- A resposta intuitiva é: TANTO FAZ

Paradoxo de Monty Hall

A Resposta Intuitiva

- A resposta intuitiva é: TANTO FAZ
- Basta optar por uma das duas restantes

Paradoxo de Monty Hall

A Resposta Intuitiva

- A resposta intuitiva é: TANTO FAZ
- Basta optar por uma das duas restantes
- Chance de acerto vai de $1/3$ para $1/2$, indiferentemente de troca ou permanência

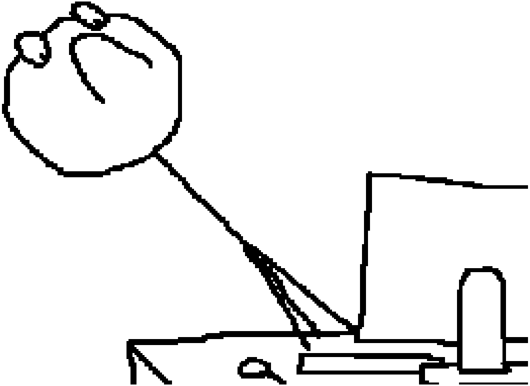
Paradoxo de Monty Hall

A Resposta Intuitiva

- A resposta intuitiva é: TANTO FAZ
- Basta optar por uma das duas restantes
- Chance de acerto vai de $1/3$ para $1/2$, indiferentemente de troca ou permanência
- **MAS ISTO NÃO É VERDADE !!!**

Paradoxo de Monty Hall

A Resposta Intuitiva



A Solução

Paradoxo de Monty Hall

A Solução

- Trocar é DUAS VEZES mais vantajoso.

Paradoxo de Monty Hall

A Solução

- Trocar é DUAS VEZES mais vantajoso.
- Chance inicial de acerto de 1/3 (logo, 2/3 de erro).

Paradoxo de Monty Hall

A Solução

- Trocar é DUAS VEZES mais vantajoso.
- Chance inicial de acerto de $1/3$ (logo, $2/3$ de erro).
- Ao abrir uma porta não escolhida, o apresentador lhe dá uma informação valiosa:

Paradoxo de Monty Hall

A Solução

- Trocar é DUAS VEZES mais vantajoso.
- Chance inicial de acerto de 1/3 (logo, 2/3 de erro).
- Ao abrir uma porta não escolhida, o apresentador lhe dá uma informação valiosa:
- *"Se o prêmio estava nas outras portas que não escolheu, então agora só pode estar na porta que você não escolheu e que não foi aberta."*

Paradoxo de Monty Hall

A Solução

- Se o jogador "errou" inicialmente (2/3 de chance), então o apresentador está lhe dizendo onde está o prêmio.

Paradoxo de Monty Hall

A Solução

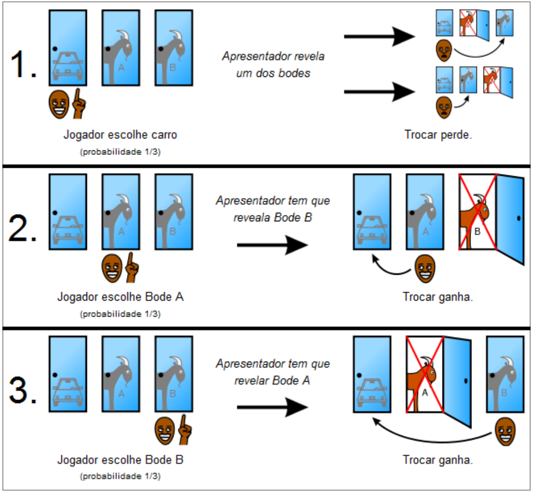
- Se o jogador "errou" inicialmente (2/3 de chance), então o apresentador está lhe dizendo onde está o prêmio.
- Se você sempre trocar, basta escolher uma **porta não premiada** para vencer o jogo.

Paradoxo de Monty Hall
A Solução

- Se o jogador "errou" inicialmente (2/3 de chance), então o apresentador está lhe dizendo onde está o prêmio.
- Se você sempre trocar, basta escolher uma **porta não premiada** para vencer o jogo.
- Desta forma, é mais vantajoso trocar de porta.

Paradoxo de Monty Hall

A Solução



Obrigado!