Mas que dia é hoje?

Leandro F. Aurichi

ICMC-USP

Primos gêmeos

Primos gêmeos

- Dois primos p e q são chamados de gêmeos se $|p - q| = 2$.

Primos gêmeos

- Dois primos p e q são chamados de gêmeos se $|p - q| = 2$.
- Existem infinitos primos gêmeos?

Primos gêmeos

- Dois primos p e q são chamados de gêmeos se $|p - q| = 2$.
- Existem infinitos primos gêmeos?
- Ninguém sabe.

O que se sabe

O que se sabe

- Em 2013, Yitang Zhang provou que existe um N tal que existem infinitos p, q primos tais que $|p - q| = N$.

O que se sabe

- Em 2013, Yitang Zhang provou que existe um N tal que existem infinitos p, q primos tais que $|p - q| = N$.
- Onde N era menor que 70 milhões.

O que se sabe

- Em 2013, Yitang Zhang provou que existe um N tal que existem infinitos p, q primos tais que $|p - q| = N$.
- Onde N era menor que 70 milhões.
- Um ano depois, no Polymath Project, foi anunciado que diminuíram essa estimativa para 246.

O que se sabe

- Em 2013, Yitang Zhang provou que existe um N tal que existem infinitos p, q primos tais que $|p - q| = N$.
- Onde N era menor que 70 milhões.
- Um ano depois, no Polymath Project, foi anunciado que diminuíram essa estimativa para 246.
- Com ajuda de outras duas conjecturas, no mesmo projeto, foram anunciadas limitantes em 12 e 6.

Números perfeitos

Um número inteiro é dito perfeito se ele é a soma dos seus divisores próprios positivos.

Números perfeitos

Um número inteiro é dito perfeito se ele é a soma dos seus divisores próprios positivos. Ex: $6 = 1 + 2 + 3$.

Números perfeitos

Um número inteiro é dito perfeito se ele é a soma dos seus divisores próprios positivos. Ex: $6 = 1 + 2 + 3$.
Existe algum número perfeito ímpar?

Números perfeitos

Um número inteiro é dito perfeito se ele é a soma dos seus divisores próprios positivos. Ex: $6 = 1 + 2 + 3$.
Existe algum número perfeito ímpar?
Ninguém sabe.

Números perfeitos

Um número inteiro é dito perfeito se ele é a soma dos seus divisores próprios positivos. Ex: $6 = 1 + 2 + 3$.
Existe algum número perfeito ímpar?
Ninguém sabe. (Mas acham que não)

O problema de Sierpiński

O problema de Sierpiński

Um número inteiro k é dito de Sierpiński se o conjunto

$$\{k2^n + 1 : n \in \mathbb{N}\}$$

não contém um número primo.

O problema de Sierpiński

Um número inteiro k é dito de Sierpiński se o conjunto

$$\{k2^n + 1 : n \in \mathbb{N}\}$$

não contém um número primo.
Por exemplo, 78557 é um número de Sierpiński.

O problema de Sierpiński

Um número inteiro k é dito de Sierpiński se o conjunto

$$\{k2^n + 1 : n \in \mathbb{N}\}$$

não contém um número primo.
Por exemplo, 78557 é um número de Sierpiński.
Mas qual é o menor?

Um número inteiro k é dito de Sierpiński se o conjunto

$$\{k2^n + 1 : n \in \mathbb{N}\}$$

não contém um número primo.
Por exemplo, 78557 é um número de Sierpiński.
Mas qual é o menor?
Ninguém sabe.

O que se sabe

O que se sabe

Até dezembro de 2013, 78577 era o menor descoberto.

O que se sabe

Até dezembro de 2013, 78577 era o menor descoberto.
Para ser o menor de fato, falta mostrar que 10223, 21181, 22699, 24737, 55459, e 67607 não são de Sierpiński.

Guardando coisas

Guardando coisas

- Você tem que guardar infinitos sólidos convexos e iguais no espaço euclidiano.

Guardando coisas

- Você tem que guardar infinitos sólidos convexos e iguais no espaço euclidiano.
- Qual o pior formato para tais sólidos? (no sentido de desperdiçar mais espaço vazio)

Guardando coisas

- Você tem que guardar infinitos sólidos convexos e iguais no espaço euclidiano.
- Qual o pior formato para tais sólidos? (no sentido de desperdiçar mais espaço vazio)
- Ninguém sabe.

O que se sabe

O que se sabe

- A conjectura é que a esfera seja o pior formato.

O que se sabe

- A conjectura é que a esfera seja o pior formato.
- Mas mesmo qual a proporção de espaços vazios que as esferas deixariam não é muito clara (a estimativa é aproximadamente $25,95\%$). Uma demonstração com ajuda de computadores foi apresentada em 2014 (e outra "por exaustão" em 1998).

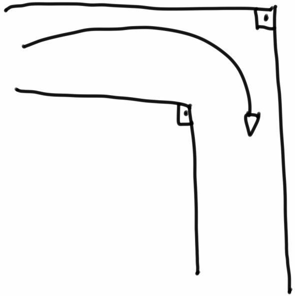
O problema do sofá

O problema do sofá

- Qual o maior sofá que é possível de passar por um corredor em L?

O problema do sofá

- Qual o maior sofá que é possível de passar por um corredor em L?



Empurrando o sofá

Empurrando o sofá

- Deixando mais fácil, vamos só trabalhar em duas dimensões. Então a pergunta é "qual a maior figura (em área) que passaria por uma quina em L de lado 1?

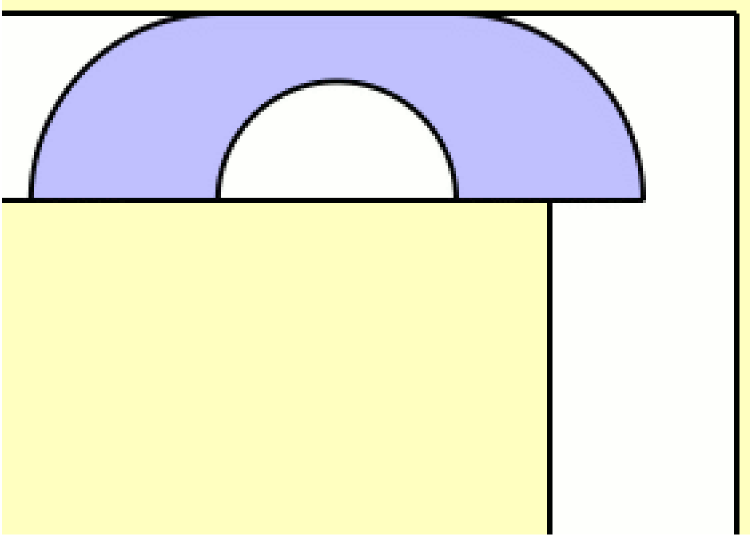
Empurrando o sofá

- Deixando mais fácil, vamos só trabalhar em duas dimensões. Então a pergunta é “qual a maior figura (em área) que passaria por uma quina em L de lado 1?
- Ninguém sabe.

O que se sabe

A maior área é algo entre $2,2195$ e $2,8284$ (valores aproximados).

O que se sabe



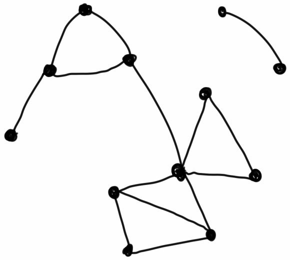
Grafos

Grafos

Um grafo basicamente é um conjuto de vértices que podem (ou não) ser ligados por arestas:

Grafos

Um grafo basicamente é um conjuto de vértices que podem (ou não) ser ligados por arestas:



Grafos planares

Grafos planares

Um grafo planar é um grafo que pode ser representado sem que duas arestas se cruzem.

Grafos planares

Um grafo planar é um grafo que pode ser representado sem que duas arestas se cruzem.
É verdade que todo grafo planar pode ser desenhado (de maneira planar) só com linhas retas?

Grafos planares

Um grafo planar é um grafo que pode ser representado sem que duas arestas se cruzem.
É verdade que todo grafo planar pode ser desenhado (de maneira planar) só com linhas retas?
Sim.

Grafos planares

Um grafo planar é um grafo que pode ser representado sem que duas arestas se cruzem.
É verdade que todo grafo planar pode ser desenhado (de maneira planar) só com linhas retas?
Sim. (É o teorema de Fáry)

Grafos planares

Um grafo planar é um grafo que pode ser representado sem que duas arestas se cruzem.
É verdade que todo grafo planar pode ser desenhado (de maneira planar) só com linhas retas?
Sim. (É o teorema de Fáry)
Mas e se pedirmos que as arestas (retas) tenham todas comprimento inteiro?

Grafos planares

Um grafo planar é um grafo que pode ser representado sem que duas arestas se cruzem.
É verdade que todo grafo planar pode ser desenhado (de maneira planar) só com linhas retas?
Sim. (É o teorema de Fáry)
Mas e se pedirmos que as arestas (retas) tenham todas comprimento inteiro?
Ninguém sabe.

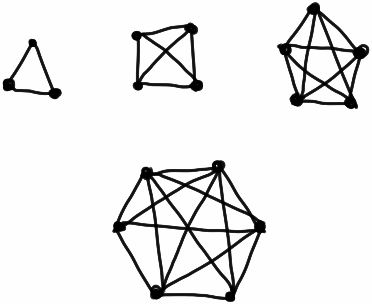
Grafos completos

Grafos completos

K_n é um grafo de n arestas que contém todas as "arestas possíveis"

Grafos completos

K_n é um grafo de n arestas que contém todas as "arestas possíveis"



Brincando de colorir

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático:

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.
- Será que é verdade que existe um n suficientemente grande tal que, não importa como colorirmos K_n, vai sempre ter um K_3 de uma cor só?

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.
- Será que é verdade que existe um n suficientemente grande tal que, não importa como colorirmos K_n, vai sempre ter um K_3 de uma cor só?
- Sim.

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.
- Será que é verdade que existe um n suficientemente grande tal que, não importa como colorirmos K_n, vai sempre ter um K_3 de uma cor só?
- Sim.
- Mas qual é o menor n?

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.
- Será que é verdade que existe um n suficientemente grande tal que, não importa como colorirmos K_n, vai sempre ter um K_3 de uma cor só?
- Sim.
- Mas qual é o menor n?
- Pode-se provar que é 6.

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.
- Será que é verdade que existe um n suficientemente grande tal que, não importa como colorirmos K_n, vai sempre ter um K_3 de uma cor só?
- Sim.
- Mas qual é o menor n?
- Pode-se provar que é 6.
- E se trocarmos 3 por 4?

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.
- Será que é verdade que existe um n suficientemente grande tal que, não importa como colorirmos K_n, vai sempre ter um K_3 de uma cor só?
- Sim.
- Mas qual é o menor n?
- Pode-se provar que é 6.
- E se trocarmos 3 por 4?
- Pode-se provar que é 18.

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.
- Será que é verdade que existe um n suficientemente grande tal que, não importa como colorirmos K_n, vai sempre ter um K_3 de uma cor só?
- Sim.
- Mas qual é o menor n?
- Pode-se provar que é 6.
- E se trocarmos 3 por 4?
- Pode-se provar que é 18.
- E por 5?

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.
- Será que é verdade que existe um n suficientemente grande tal que, não importa como colorirmos K_n, vai sempre ter um K_3 de uma cor só?
- Sim.
- Mas qual é o menor n?
- Pode-se provar que é 6.
- E se trocarmos 3 por 4?
- Pode-se provar que é 18.
- E por 5?
- É algo entre 43 e 49.

Brincando de colorir

- Vamos pintar arestas de grafos.
- Mas vamos usar apenas duas cores.
- Assim, vamos usar as cores favoritas de todo matemático: Cor 1 e Cor 2.
- Será que é verdade que existe um n suficientemente grande tal que, não importa como colorirmos K_n, vai sempre ter um K_3 de uma cor só?
- Sim.
- Mas qual é o menor n?
- Pode-se provar que é 6.
- E se trocarmos 3 por 4?
- Pode-se provar que é 18.
- E por 5?
- É algo entre 43 e 49.Pois é.

Para se ter ideia da encrenca

Para se ter ideia da encrenca

Erdös nos propõe imaginar um exército alienígena, muito mais poderoso que a gente, pousando na Terra e exigindo o valor de $R(5,5)$ ou eles iriam destruir o planeta.

Para se ter ideia da encrenca

Erdös nos propõe imaginar um exército alienígena, muito mais poderoso que a gente, pousando na Terra e exigindo o valor de $R(5,5)$ ou eles iriam destruir o planeta. Neste caso, segundo Erdös, nós deveríamos juntar todos os nossos computadores e todos os nossos matemáticos e tentar descobrir o valor.

Para se ter ideia da encrenca

Erdös nos propõe imaginar um exército alienígena, muito mais poderoso que a gente, pousando na Terra e exigindo o valor de $R(5,5)$ ou eles iriam destruir o planeta. Neste caso, segundo Erdös, nós deveríamos juntar todos os nossos computadores e todos os nossos matemáticos e tentar descobrir o valor. Mas, suponha agora que eles, em vez disso, pedissem o valor de $R(6,6)$.

Para se ter ideia da encrenca

Erdös nos propõe imaginar um exército alienígena, muito mais poderoso que a gente, pousando na Terra e exigindo o valor de $R(5,5)$ ou eles iriam destruir o planeta. Neste caso, segundo Erdös, nós deveríamos juntar todos os nossos computadores e todos os nossos matemáticos e tentar descobrir o valor. Mas, suponha agora que eles, em vez disso, pedissem o valor de $R(6,6)$. Neste caso, Erdös acredita que nós deveríamos tentar destruir os alienígenas.

Joel Spencer

Referência

Imagem do sofá: Claudio Rocchini (via wikipedia).