

# Uma lista de coisas legais III

Leandro F. Aurichi

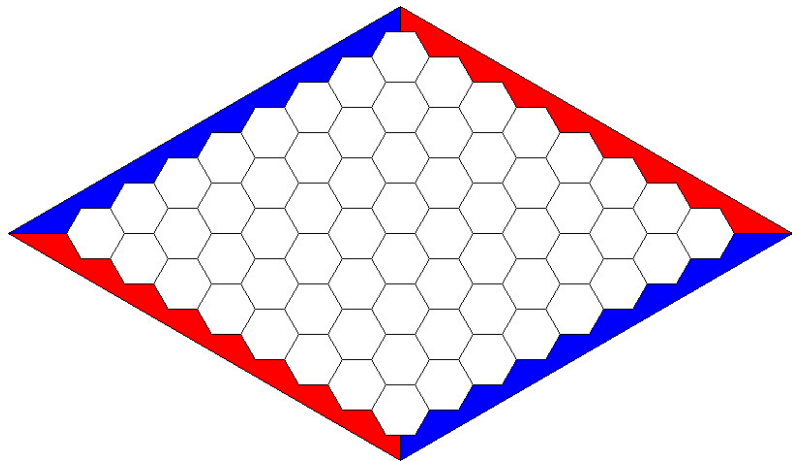
ICMC-USP

# Jogos de tabuleiro

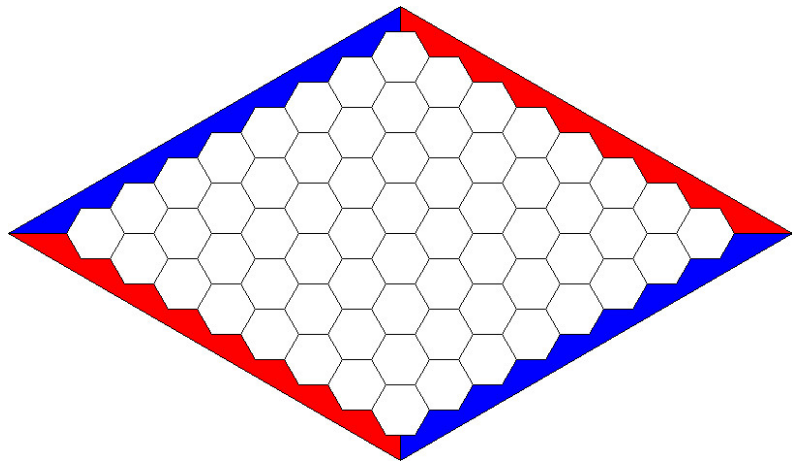
# Jogos de tabuleiro

- O jogo Hex não admite empates.

- O jogo Hex não admite empates.



- O jogo Hex não admite empates.



- Com esse fato, podemos provar o Teorema do ponto fixo de Brouwer.

# Problemas de “engenharia”

# Problemas de “engenharia”

- Empilhar cartas.

# Problemas de “engenharia”

- Empilhar cartas. Dá para fazer uma pilha sobre uma mesa que alcance uma distância arbitrariamente grande (sem derrubar a pilha)?



# Problemas de “engenharia”

- Empilhar cartas. Dá para fazer uma pilha sobre uma mesa que alcance uma distância arbitrariamente grande (sem derrubar a pilha)?
- Como estacionar um carro?

# Problemas de “engenharia”

- Empilhar cartas. Dá para fazer uma pilha sobre uma mesa que alcance uma distância arbitrariamente grande (sem derrubar a pilha)?
- Como estacionar um carro? Qual a relação entre o carro e a vaga para que seja possível estacionar “de primeira”?

# Problemas de “engenharia”

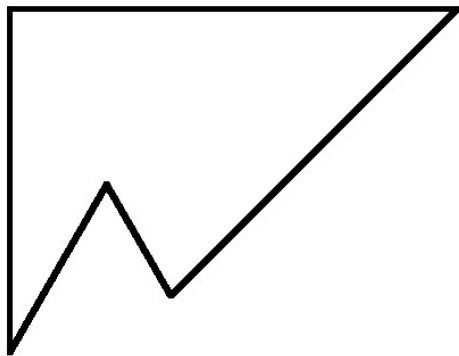
- Guardas num museu;

# Problemas de “engenharia”

- Guardas num museu; Qual o menor número necessário para que todo ponto seja visível?

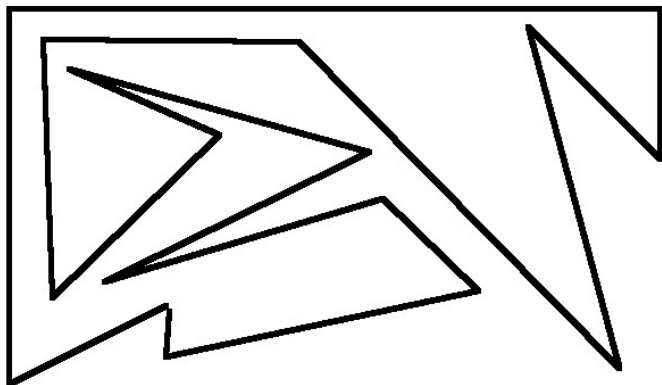
# Problemas de “engenharia”

- Guardas num museu; Qual o menor número necessário para que todo ponto seja visível?



# Problemas de “engenharia”

- Guardas num museu; Qual o menor número necessário para que todo ponto seja visível?



# Problemas de “engenharia”

- Origami.

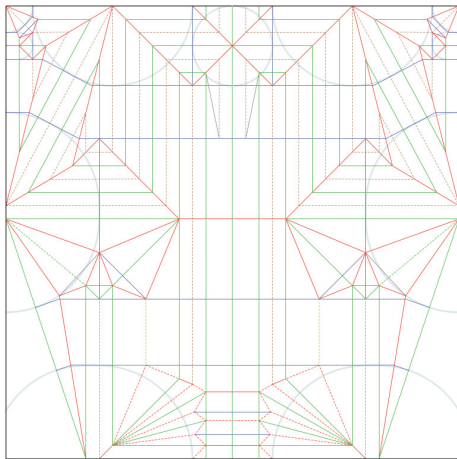
# Problemas de “engenharia”

- Origami.  
Dá para “axiomatizar” origami's.



# Problemas de “engenharia”

- Origami.  
Dá para “axiomatizar” origami's.



# Problemas de “engenharia”

- Origami.  
Dá para “axiomatizar” origami's.



# Problemas de “engenharia”

- Os modelos foram retirados de *<http://www.langorigami.com>*

# Problemas de “engenharia”

- Os modelos foram retirados de <http://www.langorigami.com>
- Um paper explicando bastante é Thomas C. Hull (1994). On the mathematics of flat origamis. *Congressus Numerantium* ,100, 215-224.



- Jogo dos 3 dados.

- Jogo dos 3 dados. Pode-se criar um dado  $A$  que tenha mais chances de ganhar do que o dado  $B$  que por sua vez tem mais chances do que  $C$  que tem mais do que  $A$ ?

- Jogo dos 3 dados. Pode-se criar um dado  $A$  que tenha mais chances de ganhar do que o dado  $B$  que por sua vez tem mais chances do que  $C$  que tem mais do que  $A$ ?
- Paradoxo de Simpson



- Jogo dos 3 dados. Pode-se criar um dado  $A$  que tenha mais chances de ganhar do que o dado  $B$  que por sua vez tem mais chances do que  $C$  que tem mais do que  $A$ ?
- Paradoxo de Simpson

	<b>Tratamento A</b>	<b>Tratamento B</b>
<b>Pedras pequenas</b>	93% (81/87)	87% (234/270)
<b>Pedras grandes</b>	73% (192/263)	69% (55/80)

- Jogo dos 3 dados. Pode-se criar um dado  $A$  que tenha mais chances de ganhar do que o dado  $B$  que por sua vez tem mais chances do que  $C$  que tem mais do que  $A$ ?
- Paradoxo de Simpson

	<b>Tratamento A</b>	<b>Tratamento B</b>
<b>Pedras pequenas</b>	93% (81/87)	87% (234/270)
<b>Pedras grandes</b>	73% (192/263)	69% (55/80)
<b>Total</b>	78% (273/350)	83% (289/350)

# Problemas de combinatória

- Amigos e políticos;

- Amigos e políticos; Num grupo onde cada duas pessoas tem exatamente um amigo em comum, sempre existe um político.



Você sabe algo de especial sobre esse número?

Você sabe algo de especial sobre esse número?

3139971973786634711391448651577269485891759419122938744591877656925789747974914319422889611373939731



# Um mais fácil

O que você consegue dizer de interessante sobre o seguinte número?

113607773

O que você consegue dizer de interessante sobre o seguinte número?

113607773

- É primo.

O que você consegue dizer de interessante sobre o seguinte número?

113607773

- É primo.
- Escrevendo tal número numa tabela  $3 \times 3$ , temos:

O que você consegue dizer de interessante sobre o seguinte número?

113607773

- É primo.
- Escrevendo tal número numa tabela  $3 \times 3$ , temos:

1	1	3
6	0	7
7	7	3

O que você consegue dizer de interessante sobre o seguinte número?

113607773

- É primo.
- Escrevendo tal número numa tabela  $3 \times 3$ , temos:

1	1	3
6	0	7
7	7	3

Note que cada linha é um número primo

O que você consegue dizer de interessante sobre o seguinte número?

113607773

- É primo.
- Escrevendo tal número numa tabela  $3 \times 3$ , temos:

1	1	3
6	0	7
7	7	3

Note que cada linha é um número primo, cada coluna

O que você consegue dizer de interessante sobre o seguinte número?

113607773

- É primo.
- Escrevendo tal número numa tabela  $3 \times 3$ , temos:

1	1	3
6	0	7
7	7	3

Note que cada linha é um número primo, cada coluna e cada diagonal também.



# Voltando ao original

# Voltando ao original

3139971973786634711391448651577269485891759419122938744591877656925789747974914319422889611373939731

# Voltando ao original

3139971973786634711391448651577269485891759419122938744591877656925789747974914319422889611373939731

- É primo

# Voltando ao original

3139971973786634711391448651577269485891759419122938744591877656925789747974914319422889611373939731

- É primo
- Escrevendo numa tabela  $10 \times 10$ , temos

3	1	3	9	9	7	1	9	7	3
7	8	6	6	3	4	7	1	1	3
9	1	4	4	8	6	5	1	5	7
7	2	6	9	8	3	5	7	1	1
7	5	9	1	1	9	3	6	9	9
3	8	7	5	4	5	9	3	8	7
7	6	5	6	9	1	5	7	7	9
7	4	7	6	9	9	1	1	6	3
1	9	4	6	2	9	7	8	6	1
1	3	7	3	9	3	9	7	3	1

# Voltando ao original

3139971973786634711391448651577269485891759419122938744591877656925789747974914319422889611373939731

- É primo
- Escrevendo numa tabela  $10 \times 10$ , temos

3	1	3	9	9	7	1	9	7	3
7	8	6	6	3	4	7	1	1	3
9	1	4	4	8	6	5	1	5	7
7	2	6	9	8	3	5	7	1	1
7	5	9	1	1	9	3	6	9	9
3	8	7	5	4	5	9	3	8	7
7	6	5	6	9	1	5	7	7	9
7	4	7	6	9	9	1	1	6	3
1	9	4	6	2	9	7	8	6	1
1	3	7	3	9	3	9	7	3	1

- Cada linha é um número primo

# Voltando ao original

3139971973786634711391448651577269485891759419122938744591877656925789747974914319422889611373939731

- É primo
- Escrevendo numa tabela  $10 \times 10$ , temos

3	1	3	9	9	7	1	9	7	3
7	8	6	6	3	4	7	1	1	3
9	1	4	4	8	6	5	1	5	7
7	2	6	9	8	3	5	7	1	1
7	5	9	1	1	9	3	6	9	9
3	8	7	5	4	5	9	3	8	7
7	6	5	6	9	1	5	7	7	9
7	4	7	6	9	9	1	1	6	3
1	9	4	6	2	9	7	8	6	1
1	3	7	3	9	3	9	7	3	1

- Cada linha é um número primo, cada coluna

# Voltando ao original

3139971973786634711391448651577269485891759419122938744591877656925789747974914319422889611373939731

- É primo
- Escrevendo numa tabela  $10 \times 10$ , temos

3	1	3	9	9	7	1	9	7	3
7	8	6	6	3	4	7	1	1	3
9	1	4	4	8	6	5	1	5	7
7	2	6	9	8	3	5	7	1	1
7	5	9	1	1	9	3	6	9	9
3	8	7	5	4	5	9	3	8	7
7	6	5	6	9	1	5	7	7	9
7	4	7	6	9	9	1	1	6	3
1	9	4	6	2	9	7	8	6	1
1	3	7	3	9	3	9	7	3	1

- Cada linha é um número primo, cada coluna e cada diagonal também.

E NÃO É SÓ ISSO!!!



Escrevendo

3139971973786634711391448651577269485891759419122938744591877656925789747974914319422889611373939731

ao contrário, temos que ele também é primo.

# Se você ligar agora...

Mas não é só ele

# Se você ligar agora...

Mas não é só ele

Olhando a tabela novamente

3	1	3	9	9	7	1	9	7	3
7	8	6	6	3	4	7	1	1	3
9	1	4	4	8	6	5	1	5	7
7	2	6	9	8	3	5	7	1	1
7	5	9	1	1	9	3	6	9	9
3	8	7	5	4	5	9	3	8	7
7	6	5	6	9	1	5	7	7	9
7	4	7	6	9	9	1	1	6	3
1	9	4	6	2	9	7	8	6	1
1	3	7	3	9	3	9	7	3	1

# Se você ligar agora...

Mas não é só ele  
Olhando a tabela novamente

3	1	3	9	9	7	1	9	7	3
7	8	6	6	3	4	7	1	1	3
9	1	4	4	8	6	5	1	5	7
7	2	6	9	8	3	5	7	1	1
7	5	9	1	1	9	3	6	9	9
3	8	7	5	4	5	9	3	8	7
7	6	5	6	9	1	5	7	7	9
7	4	7	6	9	9	1	1	6	3
1	9	4	6	2	9	7	8	6	1
1	3	7	3	9	3	9	7	3	1

Temos que todas as linhas, colunas e diagonais, escritas ao contrário, também são primos.

# Referência sobre os primos

Quem achou esse primo foi Jens Kruse Andersen. Para mais coisas assim, você pode começar aqui:

[http://www.primepuzzles.net/puzzles/puzz\\_216.htm](http://www.primepuzzles.net/puzzles/puzz_216.htm)